# پرتال جامع دانشجویان و مهندسین عمران

**ارائه دهنده برترین و بروزترین مطالب علم عمران**
**دانلود کتابها وجزوات آموزشی مهندسی عمران**
**دانلود پروژه و گزارشهای کارآموزی نمونه**
**دانلود برنامه های کاربردی عمران**

بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه علم وصنعت ایران
دانشکده مهندسی عمران

# درس مهندسی آب و فاضلاب

مدرس : محمد هادی افشار

- منابع اصلی درس:


1. شبکه های توزیع آب شهری ، تالیف امیر تائبی ، محمد رضا چمنی – اصفهان : دانشگاه صنعتی اصفهان ، مرکز نشر ، 1379
2. مبانی و ضوابط طراحی طرحهای آبرسانی شهری ، نشریه شماره 3-117 ، سازمان برنامه و بودجه (دفتر تحقیقات و معیارهای فنی) ، وزارت نیرو (استاندارد مهندسی آب) ،انتشارات سازمان برنامه و بودجه
3. جزوه درس مهندسی آب و فاضلاب ، انتشارات دانشگاه علم و صنعت
4. مسائل درس مهندسی آب و فاضلاب ، انتشارات دانشگاه علم و صنعت
5. تحلیل هیدرولیکی شبکه های توزیع آب ، ترجمه دکتر امین علیزاده ، دکتر محمود نقیب زاده ،مهندس جلال جوشش ، ناشر بنیاد فرهنگی رضوی چاپ چهارم 1375
6. **elements of water supply and wastewater disposal , 1981, G.M.Fair, J.C.Geyer and D.A.Okun , second edition ,John Wiley Sons**
7. آبرسانی شهری ، ج اول و جمع آوری آبهای سطحی و فاضلاب ، ج دوم ، دکتر محمد تقی منزوی ،انتشارات دانشگاه تهران
8. طراحی آبرسانی شهری ، دکتر جلال آشفته.
9. **Water Distribution Systems Handbook , MGH , 1999 , by larry W. Mays**
10. **Advanced Water Dist. Modeling and Management , by T. Walski , D.V. Chase , D. Savic , W. M. Greyman and S.Beckwith, E.koelle , Haested Methods, 2003**
11. **Water Dist. Modeling , by D.V. Chase , D. A. Savic , T. M. Walski, Haested Methods, 2001**

# ارزیابی درس

| | |
|---|---|
| تکالیف دوره ای – 6 سری | 30 |
| امتحان میان ترم | 30 |
| امتحان ترم | 40 |
| مشارکت کلاسی | 10 |

# رئوس مطالب درس:

1-مقدمات و کلیات آبرسانی

2-فصل دوم- ضوابط طراحی و تعیین آب مورد نیاز

- دوره طراحی
- جمعیت طرح و روشهای پیش بینی جمعیت
- مصرف سرانه و انواع مصارف
- ضرایب نوسانات مصرف سرانه
- ضوابط فشار، سرعت و قطر لوله ها
- انواع لوله ها و تجهیزات آبرسانی

3- مخازن

- انواع مخزن
- - تعیین حجم مخزن متعادل کننده
- روش ترسیمی
- روش محاسباتی
- - مخازن تحت فشار

4-تحلیل شبکه

- مروری بر مفاهیم مکانیک سیالات و  هیدرولیک لوله ها
- روابط پیوستگی و انرژی و روابط افت در لوله ها
- لوله های سری و موازی
- تحلیل شبکه های شاخه ای
- تحلیل شبکه های حلقوی
- فرمولبندی معادلات شبکه
- روش معادلات **Q**
- روش معادلات **H**
- روش معادلات $\Delta \mathbf{Q}$

5-روشهای حل شبکه

- - روش هاردی کراس
- - روش نیوتن- رافسون
- - روش تئوری خطی

6- پمپها و پمپاژ

- انواع پمپها
- منحنی مشخصه پمپ و منحنی سیستم
- پمپهای سری و موازی و انتخاب پمپ درسیستم

7- شبکه های فاضلاب

- انواع فاضلاب
- انواع سیستمهای فاضلاب
- تعیین دبی فاضلاب
- تاسیسات شبکه فاضلاب
- تحلیل و طراحی شبکه جمع آوری آبهای سطحی و فاضلاب

8- تصفیه خانه و خود پالایی

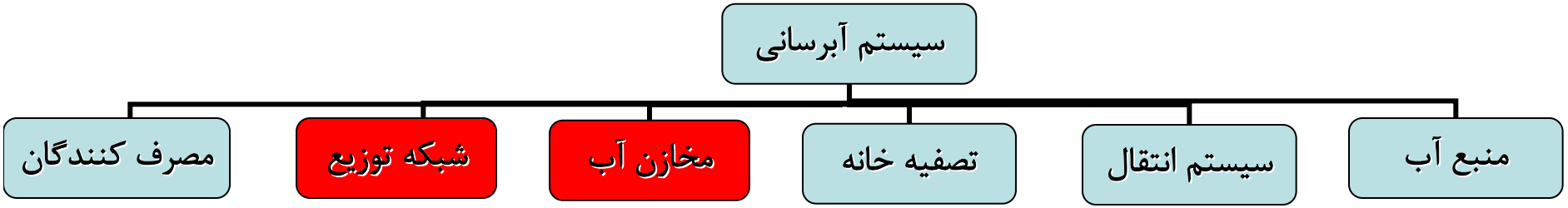
# فصل اول

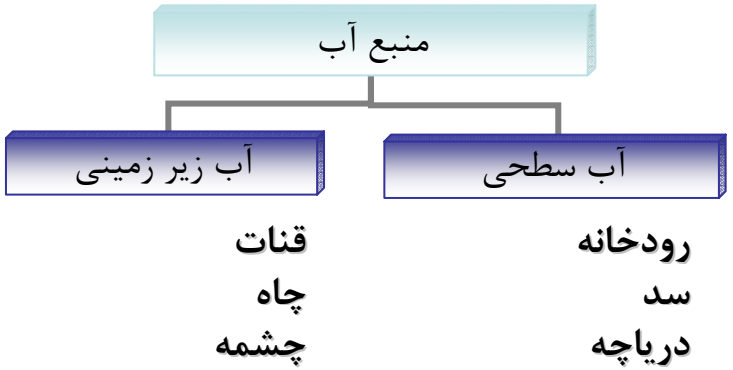
# مقدمه

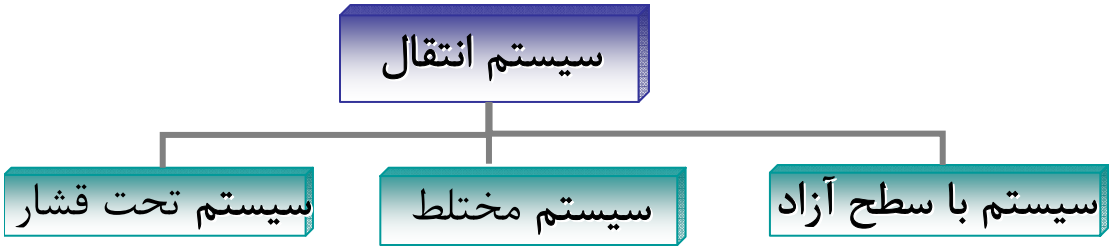
# کلیات آبرسانی :

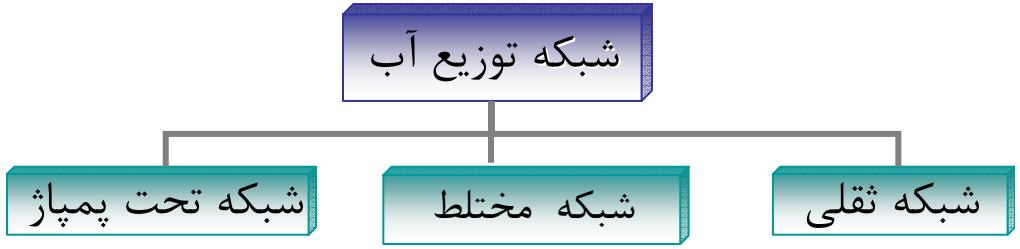
- **مهندسی منابع آب : تامین – انتقال و توزیع آب (Water Resources Engineering)**
- **اهمیت و نقش آب در وضعیت فعلی دنیا**
- **کل آب موجود در طبیعت :**
  **۹۷٪ اقیانوسها**
  **۳٪ آبهای شیرین (یخچالها – آبهای سطحی - آبهای زیرزمینی)**
- **توزیع نامناسب مکانی : مناطق سیلابی و مناطق خشک**
- **توزیع نامناسب زمانی : فصول سیلابی و فصول خشک**
- **افزایش نیاز و مصرف :**
  **افزایش جمعیت**
  **ارتقای سطح زندگی**
  **گرم شدن زمین**
- **مشکلات جدید:**
  **آلودگی منابع ناشی از فعالیتهای انسانی، صنعت ، شهرنشینی**
  **افت سطح سفره ها**
- **بحران آب:**

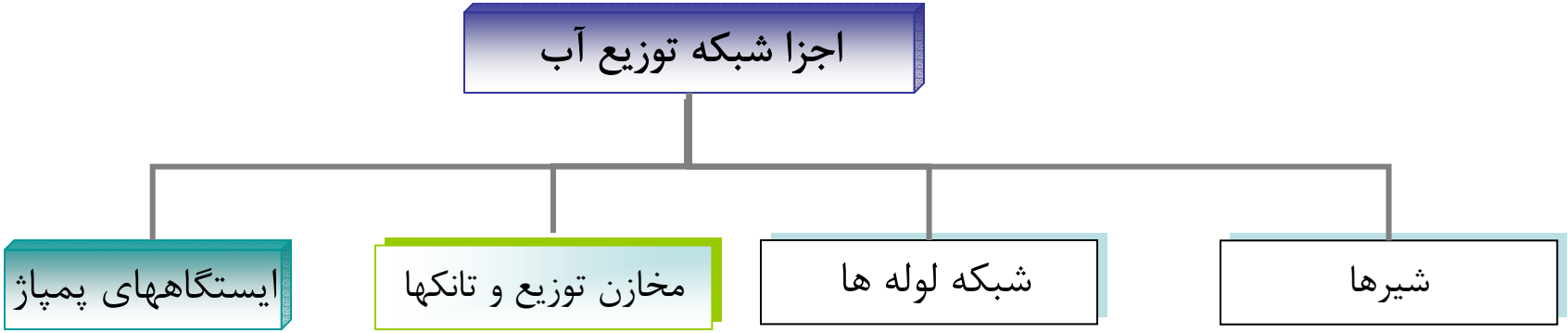
- **- لزوم و ضرورت توجه به روشهای بهبود یافته دراستحصال آب**
- **- مدیریت تقاضا**


سیستم آبرسانی
منبع آب
سیستم انتقال
تصفیه خانه
مخازن آب
شبکه توزیع
مصرف کنندگان


منبع آب
آب سطحی
آب زیر زمینی
رودخانه
سد
دریاچه
قنات
چاه
چشمه


سیستم انتقال
سیستم با سطح آزاد
سیستم مختلط
سیستم تحت فشار


شبکه توزیع آب
شبکه ثقلی
شبکه مختلط
شبکه تحت پمپاژ




**شبکه مناسب**: تامین آب با کمیت و کیفیت مناسب به مصرف‌کنندگان با هزینه کم و اعتمادپذیری بالا بخصوص در مواقع غیر عادی (شکست لوله ها- خرابی پمپها یا شیرها – آتش سوزی)

## طراحی شبکه :

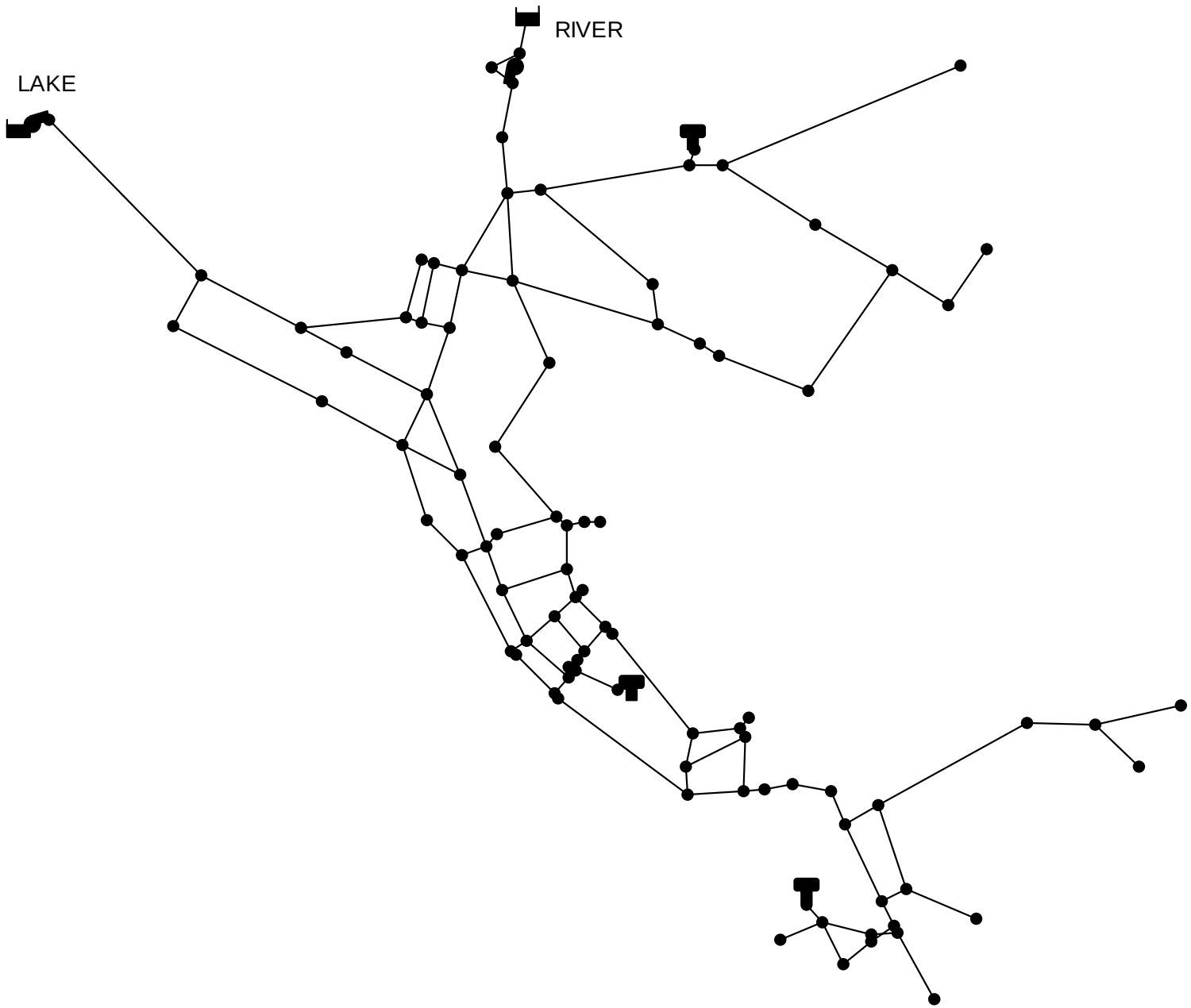
**طراحی** جانمایی شبکه

**طراحی** لوله ها (جنس و قطر)

طراحی سیستم پمپاژ (ارتفاع – دبی - زمان پمپاژ )

طراحی مخازن و تانکها (نوع و حجم)

طراحی شیرها (نوع و موقعیت)


RIVER
LAKE

**مخازن آب:**

زخیره آب در مصارف کم  و تامین آب در مصارف بالا

ثابت کردن دبی پمپاژ در نزدیکی دبی با راندمان بالا

تامین آب در شرایط آتش نشانی

تامین فشار در شبکه

از بین بردن نوسانات فشار ناشی از جربانهای گذرا

# شیرها

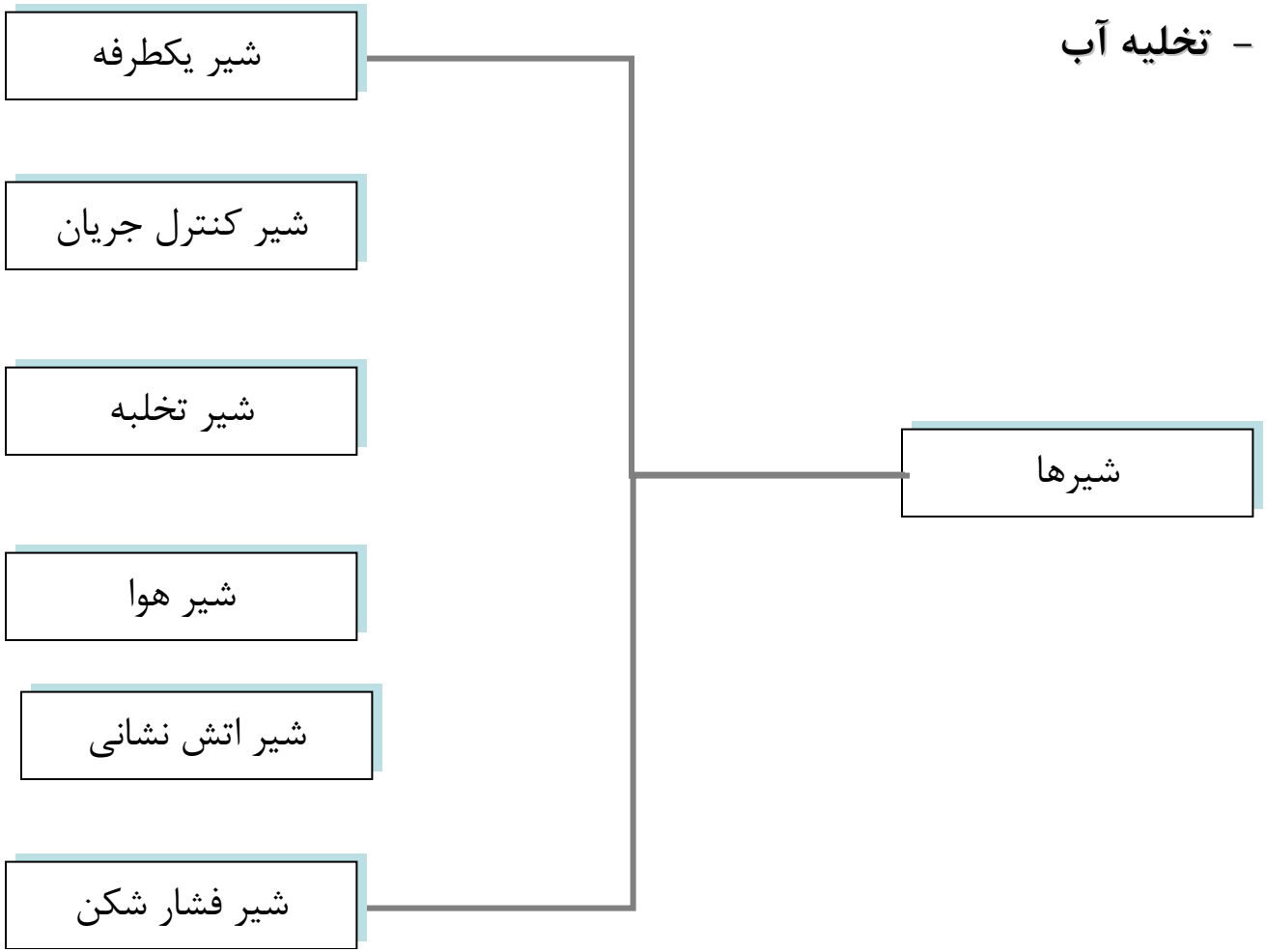
**-کنترل جریان**

**– کنترل فشار**

**– استهلاک موج**

**– ورود یا خروج هوا**

**- تخلیه آب**



# فصل دوم

# ضوابط طراحي شبكه

# ضوابط طراحی:

- عمر طرح (دوره طرح)
- جمعیت طرح
- انواع مصارف و نوسانات مصرف
- فشار حداقل و حداکثر شبکه
- حداقل و حداکثر سرعت جریان
- قطر حداقل و حداکثر
- ضوابط مربوط به تعیین حجم مخازن

دبی طرح

# عمر طرح:

- **عمر طرح** زمانی است که عناصر اصلی طرح بر مبنای رفع نیازهای آبی در آن دوره طراحی می‌شوند.
- انتخاب عمر طرح با مبانی اقتصادی و هدف تعیین ظرفیت
- **دوره طرح بسیار بلند**: راکد ماندن سرمایه و غیر اقتصادی شدن طرح
- **دوره طرح بسیار کوتاه**: مشکلات توسعه سیستم

# عوامل موثر بر انتخاب دوره طرح:

- وجود یا عدم وجود طرح جامع توسعه
- شرایط اقتصادی منطقه و کشور ، به طور مشخص نرخ سود بانکی
- نرخ رشد جمعیت
- امکانات اجرایی و مالی سرمایه‌گذاران
- نوع سرمایه‌گذاران
- کیفیت بهره برداری و نگهداری از شبکه
- عمر مفید اجزای اصلی تاسیسات با احتساب کیفیت بهره برداری و امکان تامین وسایل یدکی آنها
- سهولت توسعه طرح :

  امکان اجرای مرحله ای تاسیسات (تصفیه خانه)

  عدم اخلال در بهرهبرداری بواسطه اجرای مراحل بعدی

  اقتصادی بودن اجرای مرحله ای

  فواصل زمانی توسعه کمتر از ۵ سال نباشد

  هر یک از مراحل توسعه جوابگوی نیازها باشد

# دوره‌های طرح پیشنهادی (نشریه 117 )

| تأسیسات | دوره طرح | معیار تعیین ظرفیت |
|---|---|---|
| تاسیسات برداشت آب از منابع سطحی | **۲۰-۴۰** | حداکسر مصرف روزانه |
| تاسیسات برداشت آب از منابع زیرزمینی | **۵-۱۵** | حداکسر مصرف روزانه |
| ظرفیت منابع تامین آب | **۲۰-۴۰** | متوسط مصرف سالانه |
| خطوط انتقال به تصفیه خانه | **۲۰-۴۰** | حداکسر مصرف روزانه |
| تلمبه خانه | **۲۰-۴۰** | حداکسر مصرف روزانه + یک پمپ ذخیره |
| تصفیه خانه | **۱۰-۲۰** | حداکسر مصرف روزانه |
| مخازن | **۵-۱۵** | حداکسر مصرف روزانه + نباز آتش نشانی |
| شبکه‌های توزیع آب شهری و جمع آوری فاضلاب | **۲۰-۴۰** | حداکسر مصرف ساعتی |

**جمعیت طرح:**

آب مورد نیاز روزانه = متوسط مصرف روزانه سرانه * جمعیت طرح

## عوامل موثر بر جمعیت و تغییرات آن:

- آب و هوای منطقه
- روند رشد جمعیت در شهرهای اطراف
- شرایط اقتصادی و فرهنگی منطقه
- شرایط مهاجرت جذبی و دفعی
- طرحها و برنامه‌های جامع برای توسعه منطقه
- محدودیت منطقه از لحاظ جغرافیایی و توپوگرافی و محدودیت منابع آبی (وتاثیر آن در میزان جمعیت اشباع)
- محدودیت منابع آبی

# روشهای پیش بینی جمعیت:

- روشهای ترکیبی :

بر اساس مطالعات جامعه‌شناسی (اقتصادی – اجتماعی – سیاسی و غیره) همراه با تحلیل آماری

- روشهای ریاضی:

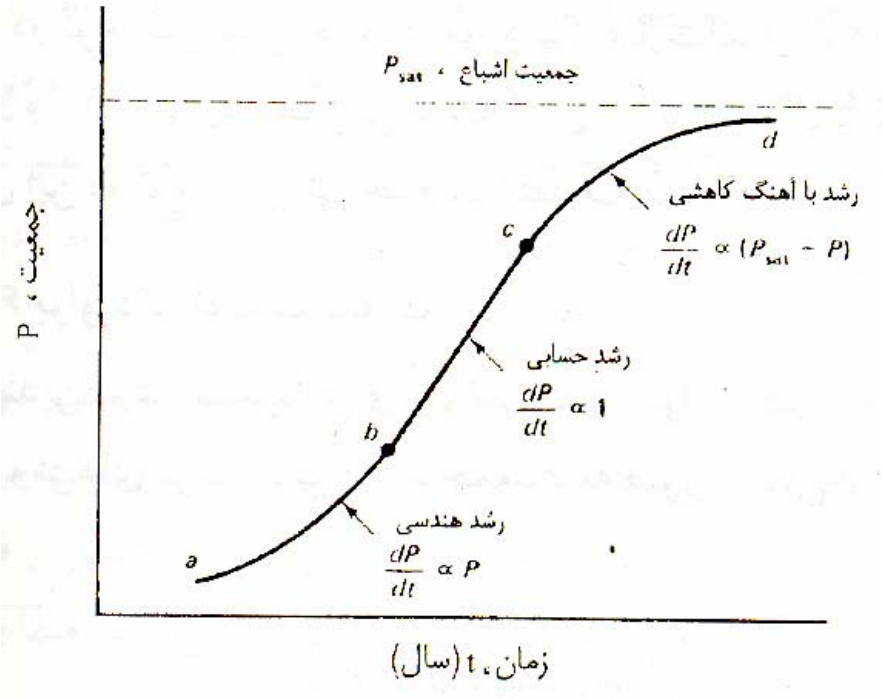
استفاده از یک فرمول یا رابطه ریاضی جهت بیان تغییرات جمعیت نسبت به زمان.شامل روشهای پیش‌بینی جمعیت کوتاه مدت (۵-۱۰ سال) و روشهای پیش‌بینی جمعیت بلندمدت (۱۰-۴۰ سال).

# منابع آمارهاي جمعيتي :

- **سرشماریهای عمومی (از سال ۱۳۳۵ هر ۱۰ سال یکبار )**
- **آمارگیریهای سازمانهای دولتی و ارگانهای محلی (وزارت بازرگانی برای تهیه دفترچه و کوپن)**
- **اطلاعات مربوط به طرحهای جامع و هادی برای منطقه**
- **آمارگیری‌های نمونه ای از طریق مراجعه به واحدهای مسکونی**

| جمعیت (1000) | >5 00 | 250 – 500 | 100 - 250 | 50 - 100 | 25 - 50 | 10 - 25 | 5 - 10 | < 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| حداقل در صد خانوار | 1 | 1 - 1.5 | 1.5 – 2.5 | 2.5 – 5 | 5 - 10 | 10 - 15 | 15 - 20 | 20 - 25 |

# روشهای ریاضی پیش بینی جمعیت:




منطقه 1:سالهای اول تا تثبیت منطقه

$$dP/dt=K_1.P$$

$$P=P_0\,Exp(K_1.t)$$

منطقه 2: ناحیه خطی

$$dP/dt=K_2$$

$$P=P_0+K_2.t$$

منطقه 3:ناحیه با نرخ افزایش کاهشی

$$dP/dt=K_3(P_s-P)$$

$$P=P_s-(P_s-P_0)\,Exp(-K_3.t)$$

# روشهای تخمین جمعیت:

$$\frac{dP}{dt} = K_a$$

**1) روش حسابی**

- در این روش فرض می‌شود که تغییرات جمعیت نسبت به زمان ثابت است.

$$K_a = \left( \frac{\Delta P}{\Delta t} \right)$$

$$P = P_0 + K_a . \Delta t$$

مزیت : سادگی

معایب : جوامع کوچک ودامنه کاربرد کم (در مسایل کاربردی استفاده نمی شود)

- مثال: در شهرکی اطلاعات آماری زیر را در اختیار داریم می‌خواهیم بدانیم در سال 1380 جمعیت منطقه چه میزان خواهد بود:

**$P_{1335}$=6629**

**$P_{1345}$=19351**

**$P_{1355}$=39418**

حل :

**$Ka_1$ = (19351-6629)/10 = 1292.2**

**$Ka_2$ = (39418-19351)/10=2006.7**

**$(Ka)_{ave}$ = 1639.45**

**$P_{1380}$ = 39418+1639.45*(1380-1355) =80404**

**$P_{1380}$ = 19351+1639.45*(1380-1345) =76732**

جواب اول منطقی تر است

# ۲) روش هندسی یا لگاریتمی:

$$\frac{dP}{dt} = K_g P \qquad \ln P = \ln P_0 + K_g . \Delta t \qquad K_g = \frac{\ln P_2 - \ln P_1}{t_2 - t_1}$$

$$\frac{d(\ln P)}{dt} = K_g$$

حل مثال قبل از روش افزایش لگاریتمی:

**$P_{1335}$=6629 $P_{1345}$=19351 $P_{1355}$=39418**

**Kg1 = (ln(19351) - ln(6629))/10 = 0.1071**

**Kg2 = (ln(39418) - ln(19351))/10=0.0711**

**(Kg)ave = 0.0891**

**ln(P1380 )= ln(39418) + 0.0891*25**

**P1380 = 365492**

جوابهای دست بالا نسبت به روش خطی

# 3) روش تصاعدی:

به اعتقاد کارشناسان روشی مناسب برای کشور ما

$$P = P_0(1+r)^{\Delta t} \qquad ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = ln(1+r).\Delta t \qquad ln\,P - ln\,P_0 = ln(1+r).\Delta t$$

$$K_g = ln(1+r)$$

**r: نرخ رشد جمعیت سالیانه** $P_0$ **= جمعیت در سال پایه**

**$P_{1335}$=6629**

**$P_{1345}$=19351**

**$P_{1355}$=39418**

**درحل مثال قبل از این روش با فرض r = 3% خواهیم داشت:**

**$P_{1380}$ = 39419 * ( 1+0.03 ) ^ 25 = 93154**

# 4) روش رشد با آهنگ کاهشی :

$$\frac{dP}{dt} = K.(P_S - P)$$

$$P = P_S - (P_S - P_0).e^{-K(t-t_0)}$$

$$K = \frac{-ln\left(\frac{P_S - P_2}{P_S - P_1}\right)}{t_2 - t_1}$$

- در این روش باید میزان جمعیت اشباع شهر، مطابق طرح جامع شهر یا دیگر مراجع در دسترس باشد. این روش برای شهرهایی مناسب است که به لحاظ توسعه محدود میباشند.

حل مثال قبل از روش رشد با آهنگ کاهشی:

$P_s$ را برابر $4\times10^5$ فرض می کنیم:

**$P_{1335}$=6629**

**$P_{1345}$=19351**

**$P_{1355}$=39418**

**K = (-ln((4*10^5 - 39418) / (4*10^5 - 19351)))=0.00542**

**$P_{1380}$ = 4*10^5 – (4*10^5-39418)e^(-0.00542*25)=85111**

روشی مناسب در صورتی که بتوان $P_s$ را بر اساس طرح جامع بصورتی دقیق تخمین زد. مناسب برای کشورهای توسعه یافته

$P_s$ تابعی از : عوامل جغرافیایی – محدودیت منابع حیاتی مثل آب

# روشهای بلند مدت پیش‌بینی جمعیت:

- روش لاجیستیک (منطقی):

در این روش فرض بر آن است که رابطه **t** و $ln(\frac{P_{max}-P}{P})$ خطی است

$$m=\frac{P_{max}-P_0}{P_0}$$

$$b=\frac{1}{N}.ln\left(\frac{P_0(P_{max}-P_1)}{P_1(P_{max}-P_0)}\right)$$

$$P_t=\frac{P_{max}}{1+m.e^{b\Delta t}}$$

$$N=t_2-t_1=t_1-t_0$$

$$P_{max}=\left(\frac{2.P_0P_1P_2-P_1^2(P_0+P_2)}{P_0P_2-P_1^2}\right)$$

**$P_0$ جمعیت پایه** **$P_{max}$ حداکثر جمعیت محتمل در افق پیش بینی (۲۵-۴۰)**

**مزیت این روش در مقایسه با روش قبلی این است که نیاز به تخمین $P_{max}$ نیست بلکه $P_{max}$ از روی آمار بدست می آید**

**نقصان این روش در مقایسه با روش قبلی این است که حداقل به سه دوره به جای دو دوره آمار نیاز دارد**

حل مثال قبل از روش لاجیستیکی:

**N=10**

**$P_{1335}$=6629**

**$P_{1345}$=19351**

**$P_{1355}$=39418**

$P_0 = 6629$ $P_1 = 19351$ $P_2 = 39418$

$$P_{max} = \left( \frac{2.P_0 P_1 P_2 - P_1^2 (P_0 + P_2)}{P_0 P_2 - P_1^2} \right)$$

**$P_{max}$ = 63008**

$$m = \frac{P_{max} - P_0}{P_0}$$

**m = 8.5**

$$b = \frac{1}{N}.ln\left( \frac{P_0 (P_{max} - P_1)}{P_1 (P_{max} - P_0)} \right)$$

**b = -0.1327**

**Δt = 45**

$$P_t = \frac{P_{max}}{1 + m.e^{b\Delta t}}$$

**$P_{1380}$ = 61671**

# روش های نسبت و همبستگی:

- عوامل موثر بر رشد جمعیت شهر مورد نظر همان عوامل موثر بر رشد جمعیت منطقه که شه در آن قرار دارد یکی است.
- جمعیت شهر مورد نظر نسب ثابتی با جمعیت منطقه دارد.
- با محاسبه نسبت ثابت و جمعیت منطقه بزرگتر میتوان جمعیت شهر مورد نظر را محاسبه کرد.

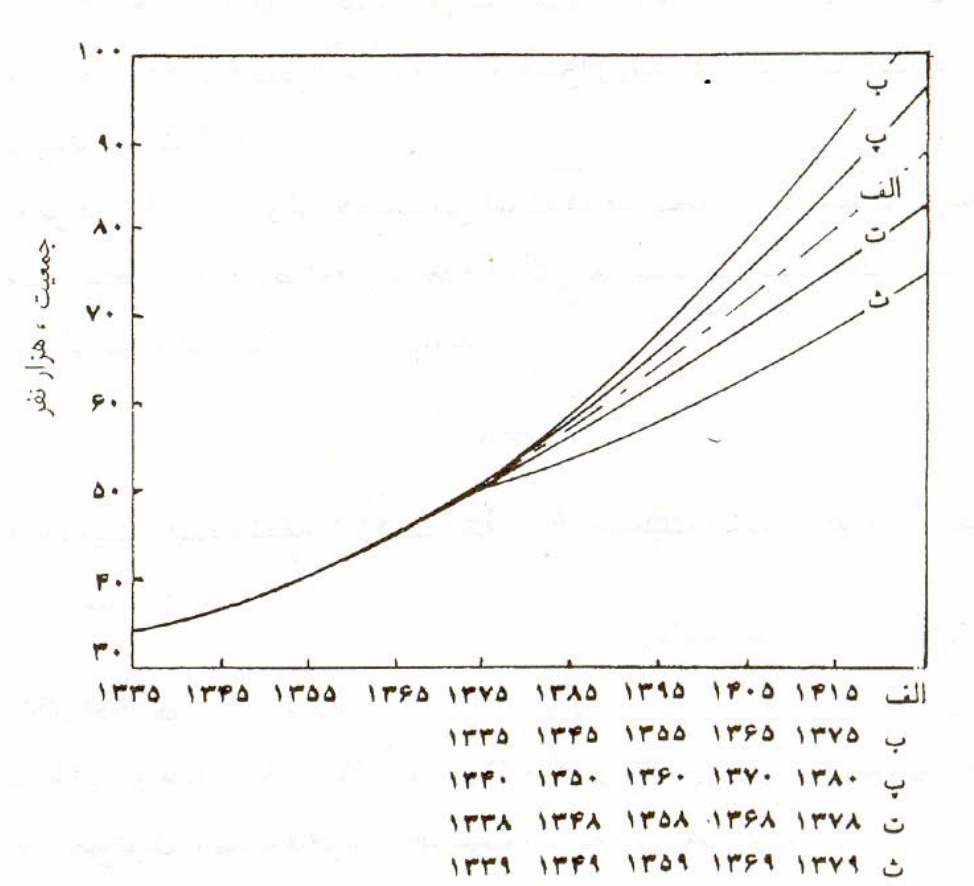
$$P_t = K_r P_t' \qquad K_r = \frac{P_i}{P_i'}$$

**محاسبه رابطه بین جمعیت** شهر مورد نظر و جمعیت منطقه بزرگتر از طریق رگرسیون داده های موجود

$$P_t = aP_t' + b$$

# روش امتداد ترسیمی (مقایسه ای ):

- رسم منحنی تغییرات جمعیت شهر مورد نظر تا حال.
- رسم منحنی تغییرات گذشته جمعیت شهرهای دیگر با تغییر مبدا زمانی
- درونیابی برای محاسبه منحنی جمعیت شهر مورد نظر



## تراکم و توزیع جمعیت:

**محاسبه جمعیت امکان محاسبه کل حجم آب مصرفی شهر را فراهم میکند.**

**طراحی خط لوله مستلزم تعیین جمعیت سرویس دهی لوله است.**

**محاسبه جمعیت سرویس دهی : سطح سرویس دهی و تراکم جمعیتی**

**محاسبه سطح سرویس دهی از طریق هندسی**

**محاسبه تراکم جمعیتی: نقشه های توزیع و تراکم جمعیتی – اطلاعات محلی – آمار گیریهای منطقه ای**

| نوع منطقه | تراکم جمعیت (نفر در هکتار) |
|---|---|
| مسکونی – واحدهای تک خانوار | ۱۲ تا ۷۵ |
| مسکونی – واحدهای چند خانوار | ۷۵ تا ۲۵۰ |
| مسکونی – آپارتمانی | ۲۵۰ تا ۲۵۰۰ |
| تجاری | ۴۰ تا ۷۵ |
| صنعتی | ۱۲ تا ۴۰ |

# نیاز آبی:

**حاصلضرب جمعیت در متوسط مصرف سرانه**

**متوسط مصرف سرانه: میانگین روزانه مصرف کل در طول سال به ازای هر نفر**

**تابعی از:**

**۱- وضعیت اقتصادی و فرهنگی**

**۲- شرایط اقلیمی**

**۳- کیفیت آب**

**۴- قیمت آب**

**۵- کیفیت سیستم فاضلاب**

**۶- کیفیت شبکه توزیع**

# انواع مصارف آب:

1. **مصارف خانگی (مهمترین مصرف)**
2. **مصارف عمومی** ( مراکز آموزشی – درمانی – مذهبی – آتش نشانی – ورزشی تفریحی – شستشوی مخازن و غیره)
3. **مصارف صنعتی و تجاری**
4. **مصارف مربوط به فضای سبز عمومی**
5. **تلفات یا نشت آب** (نشت از تلمبه خانه-لوله ها و اتصالات)

**میزان مصرف کل مجموع مصارف پنجگانه فوق می باشد.**

**متوسط مصرف سرانه: میانگین روزانه مصرف کل در طول سال به ازای هر نفر**

# تعیین حدود مصارف خانگی (بدون فضای سبز خانگی):

**نشریه** 117

| تقسیم بندی انواع مصارف خانگی | محدوده مصرف |
|---|---|
| آشامید ن | ۲-۵ |
| پخت وپز | ۵-۱۰ |
| استحمام | ۲۰-۲۵ |
| لباسشویی | ۱۰-۲۰ |
| ظرفشویی | ۵-۱۵ |
| سرویسهای بهداشتی | ۲۰-۳۰ |
| کولر و تهویه | ۲-۵ |
| شستشوی خانه | ۵-۱۰ |
| متفرقه | ۳-۵ |
| مجموع (مصرف سرانه خانگی) | ۷۵-۱۵۰ |

# حدود مصارف فضای سبز عمومی و خانگی:نشریه 117

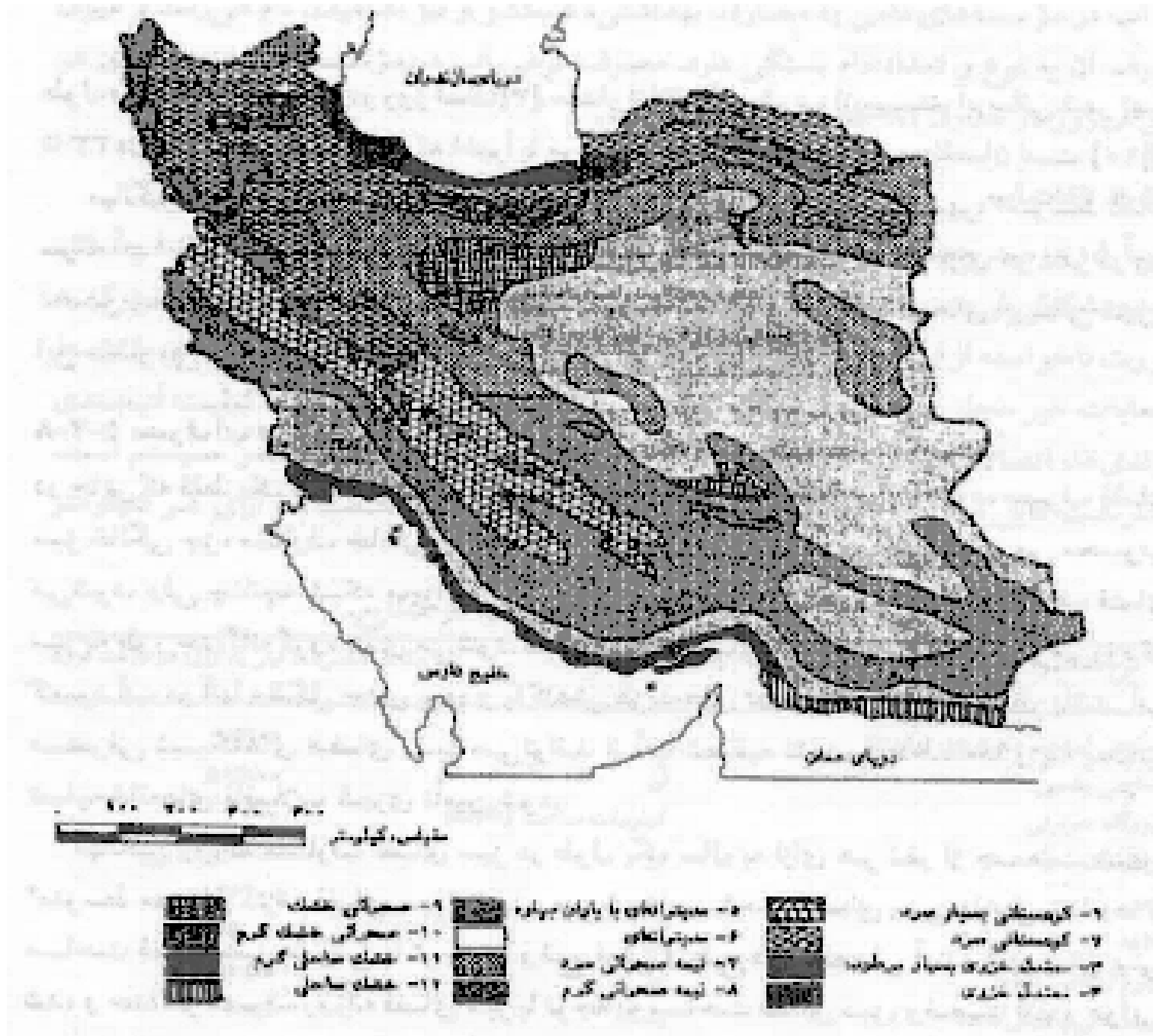
| منطقه آب و هوایی | میزان مصرف ($lit/m^2$) |
|---|---|
| 1و2 | 2-4 |
| 3و4 | 0-2 |
| 5و6و7 | 4-10 |
| 8و9و10 | 8-14 |
| 11و12 | 7-12 |

**۱: کوهستانی ۲: کوهستانی سرد ۳: معتدل خزری بسیار مرطوب**

**۴: معتدل خزری ۵: مدیترانه ای با باران بهاره ۶: مدیترانه ای**

**۷: نیمه صحرایی سرد ۸: نیمه صحرایی گرم ۹: صحرایی خشک**

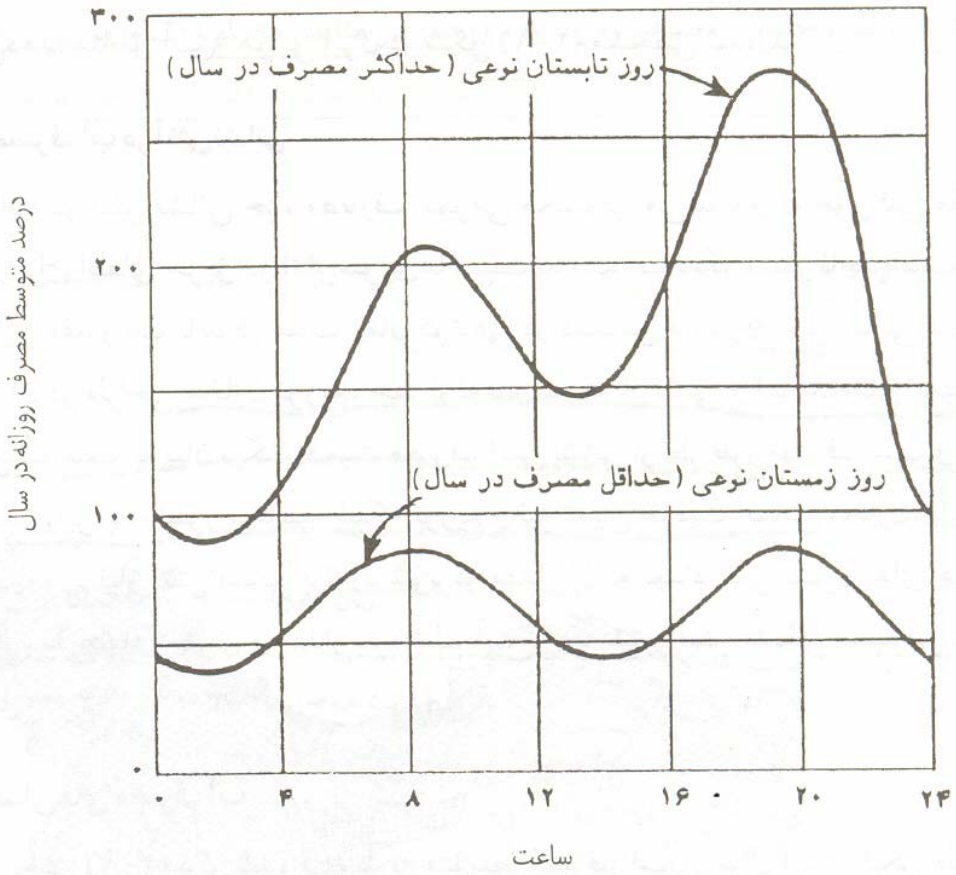
**۱۰: صحرایی گرم و خشک ۱۱: ساحلی گرم و خشک ۱۲: ساحلی خشک**


دریای خزر
خلیج فارس
دریای عمان
مقیاس، کیلومتر
۱- کویستائی بسیار سرد
۲- کویستائی سرد
۳- بیشتر مناطق بسیار مرطوب
۴- بیشتر مناطق
۵- مدیترانه‌ای با باران زمستانه
۶- مدیترانه‌ای
۷- نیمه صحرائی سرد
۸- نیمه صحرائی گرم
۹- صحرائی خشک
۱۰- صحرائی خشک گرم
۱۱- خشک ساحلی گرم
۱۲- خشک ساحلی

- به طور کلی متوسط سرانه عمومی 20- 10 لیتر در روز به ازای هر نفر در نظر گرفته می شود.
- متوسط مصرف سرانه تجاری و صنعتی در شرایط عادی 45-10 لیتر در روز به ازای هر نفر فرض می شود.
- همچنین متوسط تلفات شبکه کمتر از 0/2 مجموع مصارف صنعتی،عمومی ،خانگی و فضای سبز در نظر گرفته می شود.
- استاندارد بین المللی میزان نشت مجاز 8- 5 ٪ می باشد که باید در طراحی لحاظ گردد.
- میزان نشت در شبکه های آب کشور در حدود بیش از 30٪ کل می باشد.

# میزان کل مصارف و درصد مصرف خانگی (تجربیات بین المللی):

| جمعیت | کشورهای صنعتی | کشورهای در حال توسعه | درصد مصرف خانگی |
|---|---|---|---|
| P<10000 | 150-200 | 80-100 | 60-80 |
| 10^4<P<2.10^4 | 200-250 | 100-150 | 40-60 |
| 2.10^4<P<10^5 | 250-400 | 150-200 | 35-55 |
| P>10^5 | 400-500 | 200-300 | 30-50 |




- **نوسانات مصرف آب:**

**شدت نوسانات تابعی از:**

**۱: اندازه جامعه**

**۲: مقیاس زمانی نوسانات**

**مهمترین نوسانات:**

**نوسانات روزانه**

**نوسانات ساعتی**

**ضریب نوسانات: نسبت مصرف در شرایط نوسان بر متوسط مصرف در دوره طولانی تر**

- **نوسانات روزانه:**
- حداکثر مصرف سرانه روزانه: مصرف کل به ازای هر نفر در روز برای گرمترین روزهای سال
- ضریب حداکثر مصرف روزانه: نسبت حداکثر مصرف سرانه روزانه به متوسط مصرف سرانه

$$C_1 = \text{ضریب حداکثر روزانه} = \frac{\text{حداکثر مصرف سرانه روزانه}}{\text{متوسط مصرف سرانه}}$$

- حداقل مصرف سرانه روزانه: مصرف کل به ازای هر نفر در روز برای سردترین روزهای سال
- ضریب حداقل مصرف روزانه: نسبت حداقل مصرف سرانه روزانه به متوسط مصرف سرانه

$$C'_1 = \text{ضریب حداقل روزانه} = \frac{\text{حداقل مصرف سرانه روزانه}}{\text{متوسط مصرف سرانه}}$$

## مقادیر ضریب حداکثر مصرف روزانه ($C_1$):

| منطقه آب و هوایی | میزان مصرف |
|---|---|
| 1و2 | 1.2-1.3 |
| 3و4 | 1.3-1.5 |
| 5و6و7 | 1.3-1.6 |
| 8و9و10 | 1.5-1.8 |
| 11و12 | 1.4-1.6 |

$$Q_d^{max} = C_1 * Q_d^{ave}$$

$$1.2 \leq C_1 \leq 1.8$$

| نوع منطقه | کوهستانی | معتدل مرطوب | مدیترانه ای | گرم وخشك | گرم مرطوب |
|---|---|---|---|---|---|
| $C_1$ | 1.2-1.3 | 1.3-1.5 | 1.3-1.6 | 1.5-1.8 | 1.4-1.6 |

# نوسانات ساعتی:

- حداکثر مصرف سرانه ساعتی در سال :حداکثر مصرف کل به ازای هر نفر در یک ساعت در طول سال ( یک روز پر مصرف با حداکثر مصرف روزانه)

ضریب حداکثر مصرف ساعتی در سال $C_2$

$$C_2 = \frac{\text{حداکثر مصرف سرانه ساعتی در سال}}{\text{متوسط مصرف سرانه ساعتی در سال}}$$

- $C_2 = ۲۴ * \frac{\text{حداکثر مصرف سرانه ساعتی در سال}}{\text{متوسط مصرف سرانه روزانه}}$

- $C_1.C_2^h = C_2$
- $C_2^h$ = ضریب حداکثر ساعتی در روز $C_1$= ضریب حداکثر مصرف روزانه

$$C_2^h = \frac{\text{حداکثر مصرف سرانه ساعتی در روز}}{\text{متوسط مصرف سرانه ساعتی در روز}}$$

-

# مقادیر ضریب حداکثر مصرف ساعتی در روز ($C_2^h$):

نشریه برنامه و بودجه

| جمعیت | ضریب |
|---|---|
| P<5000 | 2-2.5 |
| 5000<P<20000 | 1.5-2 |
| 20000<P<10^5 | 1.4-1.8 |
| 10^5×10^5<P<5 | 1.3-1.6 |
| 10^5×P>5 | 1.2-1.4 |

$$Q_h^{max} = C2 * Q_d^{ave}$$

$$C_2 = (3\text{-}4.5)/24$$

$$Q_h^{max} = ((3\text{-}4.5)/24) * Q_d^{ave}$$

$$Q_h^{max} = (0.125\text{-}0.1875) * Q_d^{ave}$$

- **حداقل مصرف سرانه ساعتی در سال** :حداقل مصرف کل به ازای هر نفر در یک ساعت در طول سال ( یک روز کم مصرف با حداقل مصرف روزانه)

ضریب حداقل مصرف ساعتی در سال $C_2'$

$$C_2' = \frac{\text{حداقل مصرف سرانه ساعتی در سال}}{\text{متوسط مصرف سرانه ساعتی در سال}}$$

- **ضوابط طراحی به لحاظ نیاز آتش نشانی:**
- تعیین دبی مورد نیاز آتش نشانی برای اطفا حریق:

برای طراحی لوله ها – حجم مخازن و سیستم پمپاژ

$$Q_f(G.P.M) = 1020 * \sqrt{P} * (1 - 0.01\sqrt{P})$$

P جمعیت بر حسب هزار نفر

**(استاندارد امریکا)**

$$Q_f(lit/s) = 64 * \sqrt{P} * (1 - 0.01\sqrt{P})$$

$$P < 10^{\wedge}7$$

**دبی آتش نشانی در حالت کلی تابعی از دبی هر شیر – تعداد آتش سوزی همزمان و تعداد شیرهای درگیر میباشد.**

- **ضوابط طراحی از نظر فاصله شیرهای آتش‌نشانی:**

1. در مناطق با خطر آتش سوزی بالا ( مناطق حساس و متراکم تجاری و ... ) فاصله شیرها باید به گونه‌ای تعبیه شود که حداکثر فاصله بین شیر تا محل آتش نشانی 50 متر بیشتر نباشد.
2. در مناطق با خطر آتش سوزی متوسط (مناطق مسکونی و تجاری با تراکم پایین و ...) حداکثر فاصله بین شیر تا محل آتش نشانی 100 متر بیشتر نباشد.
3. در مناطق با خطر آتش سوزی پایین (مناطق با تراکم بسیار پایین ) حداکثر فاصله بین شیر تا محل آتش نشانی 150 متر بیشتر نباشد.

- تبصره 1: در چهارراههای اصلی حداقل یک شیر آتش نشانی و در چهارراه های با ترافیک زیاد حداقل دو شیر آتش نشانی در طرفین چهارراه باید طراحی شود.
- تبصره 2: در مجاورت مراکز عمومی مانند بیمارستانها ، مدارس و ... باید یک شیر آتش نشانی در نظر گرفته شود.

- **دبی شیرهای آتش‌نشانی:**

| ناحیه | حداکثرفاصله شیرها | دبی هر شیر |
|---|---|---|
| با خطر آتش سوزی زیاد | 100 | 20 |
| با خطر آتش سوزی متوسط | 200 | 10 |
| با خطر آتش سوزی کم | 300 | 7 |

**تعداد آتش سوزی های همزمان**:

| جمعیت | تعداد آتش سوزی های همزمان | زمان متوسط آتش سوزی |
|---|---|---|
| P<10000 | 1 | 5 |
| 510^4<P<10^ | 2 | 4 |
| 10^53*<P<510^ | 3 | 3 |

| خطر آتش سوزی | تعداد شیر | دبی هر شیر(لیتر بر ثانیه) |
|---|---|---|
| **زیاد** | **3** | **20** |
| **متوسط** | **2** | **10** |
| **کم** | **1** | **7** |

از سه آتش سوزی همزمان یکی را با خطر زیاد و دوتای دیگر را با خطر متوسط و کم فرض میکنیم

هر اکیپ آتش نشاني شامل دو تانکر آب پاش است و هر ماشین با شیلنگ به 1 یا 2 شیر وصل میشود. بنابر این با فرض 3 آتش سوزي همزمان در منطقه با خطر بالا (دبي هر شیر برابر 20)

$$Q_f = 3*4*20 = 240 lit/\sec = 0.24 Cm/\sec$$

**فرمول اتش نشانی امریکا حدود ۵۰۰ لیتر بر ثانیه را بدست میدهد.**

- **ظوابط طراحی مربوط به دبی کل طراحی ، فشار و سرعت**

حداکثر مصرف نهایی : حاصل جمع دبی حداکثر مصرف ساعتی و دبی آتش نشانی

## دبی طراحی:

ماکزیمم دو مقدار زیر در نظر گرفته می شود:

1) دبی متناظر با حداکثر مصرف ساعتی، $Q^d_{max}$

2) مجموع دبی حداکثر مصرف روزانه و دبی آتش نشانی $Q_f$

عموما شبکه بر اساس معیار اول طراحی و سپس با معیار دوم کنترل می‌شود

دلایل در نظر نگرفتن دبی حداکثر مصرف نهایی برای طراحی:

- در نظر گرفتن ظرفیت اضافه در سیستم ناشی از طراحی بر اساس جمعیت انتهای دوره طرح
- احتمال بسیار کم وقوع همزمان شرایط بدبینانه فوق
- در صورت رخ دادن تمام حالات فوق نیز مشکل کاهش یا نقصان فشار در مدت زمان کم و مقطعی رخ خواهد داد

- **ضوابط فشار:**
- **مقدار حداقل فشار:حداقل فشار در ساختمانهای یک طبقه برابر ۱۴ متر و به ازای هر طبقه بیشتر از آن (تا حداکثر ۴ طبقه اضافه) ۴ متر باید توسط شبکه تامین شود.**
- **فشار در طبقات بالاتر باید توسط تاسیسات داخلی تامین شود.**
- **حداقل فشار در نقاط مرتفع و در ساعات پیک مصرف رخ میدهد.**

- **مقدار حداکثر فشار:حداکثر فشار ۵۰ متر و در بعضی شرایط خاص توپوگرافی تا ۷۰ متر می باشد.**
- **حداکثر فشار در نقاط پست و در ساعات حداقل مصرف رخ میدهد.**

- **ضوابط سرعت:**
- بر اساس استاندارد سازمان برنامه و بودجه مقدار حداقل سرعت برابر 0.3 متر بر ثانیه و مقدار حداکثر سرعت برابر 2 در شرایط عادی و 2.5 متر بر ثانیه در شرایط بارگذاری تحت آتش‌سوزی نظر گرفته می شود
- در سطح مهندسین مشاور اغلب سعی می‌شود مقدار حداقل سرعت به 0.7 متر بر ثانیه و مقدار حداکثر سرعت به 1.5 متر بر ثانیه محدود شود

- باعث رسوب املاح موجود در آب می شود، **V< 2**
- باعث خوردگی درمحل اتصالات وسایش می‌شود، **V>2**

- **ضوابط مربوط به قطر لوله ها:**
- **معیار اقتصادی:**

**انتخاب قطر لوله ها به گونه ای باشد که در صورت کاهش قطر لوله به یک کلاس پایین تر از آن ضوابط فشار حداقل در شبکه نقض شود.**

- **معیار فنی: حداقل قطر لوله ها: (ایران)**
- **برای لوله های بدون شیر آتش نشانی برابر ۶۰ میلیمتر**
- **برای لوله های با شیر آتش نشانی برابر ۱۰۰ میلیمتر**

# ضوابط مربوط به تعیین حجم مخازن(زمینی):

حجم مفید مخازن شامل سه قسمت می باشد:

۱- $V_a$ حجم مربوط به جبران نوسانات ساعتی مصرف(حجم متعادل کننده)

۲- $V_f$ حجم مورد نیاز برای دبی آتش نشانی:

۳- $V_c$ حجم مربوط به آب مورد نیاز در شرایط قطع جریان به مخزن در اثر خرابی لوله پمپ و غیره:

**حجم متعادل سازی Va :**

**تابعی از توزیع مصرف ساعتی ( حداکثر مصرف روزانه) و شرایط تغذیه مخزن**

**با استفاده از اطلاعات دبی مصرف ساعتی و دبی پمپاژ به مخزن**

در صورت نبود اطلاعات و اگر دبی پمپاژ ثابت باشد

)* 0.25- 0.15 = $V_a$حجم آب متناظر با حداکثر مصرف روزانه(

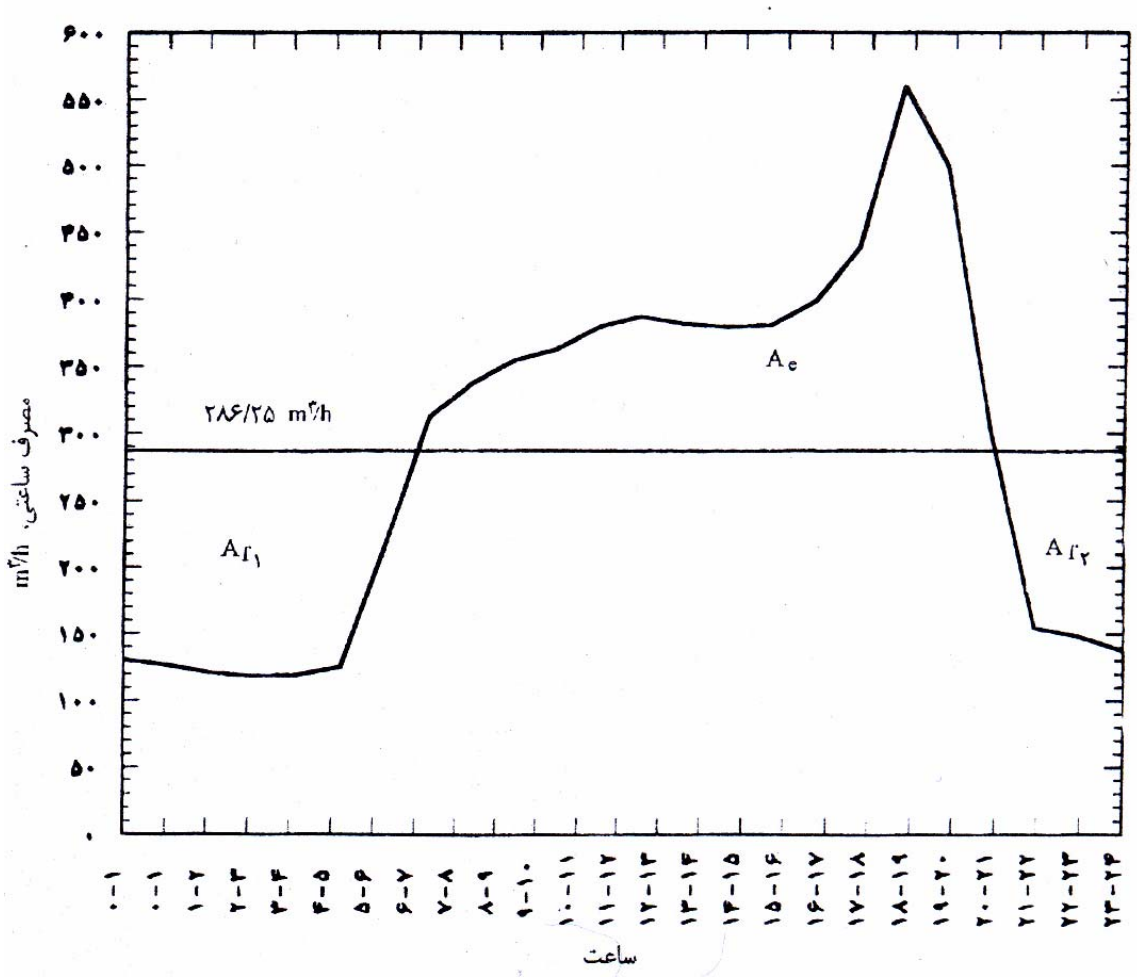
)* 0.25- 0.15 = $V_a$حداکثر مصرف روزانه)* (جمعیت تحت پوشش (

## روش هیدروگراف:

رسم تغییرات مصرف ساعتی و پمپاژ ساعتی در یک شبانه روز

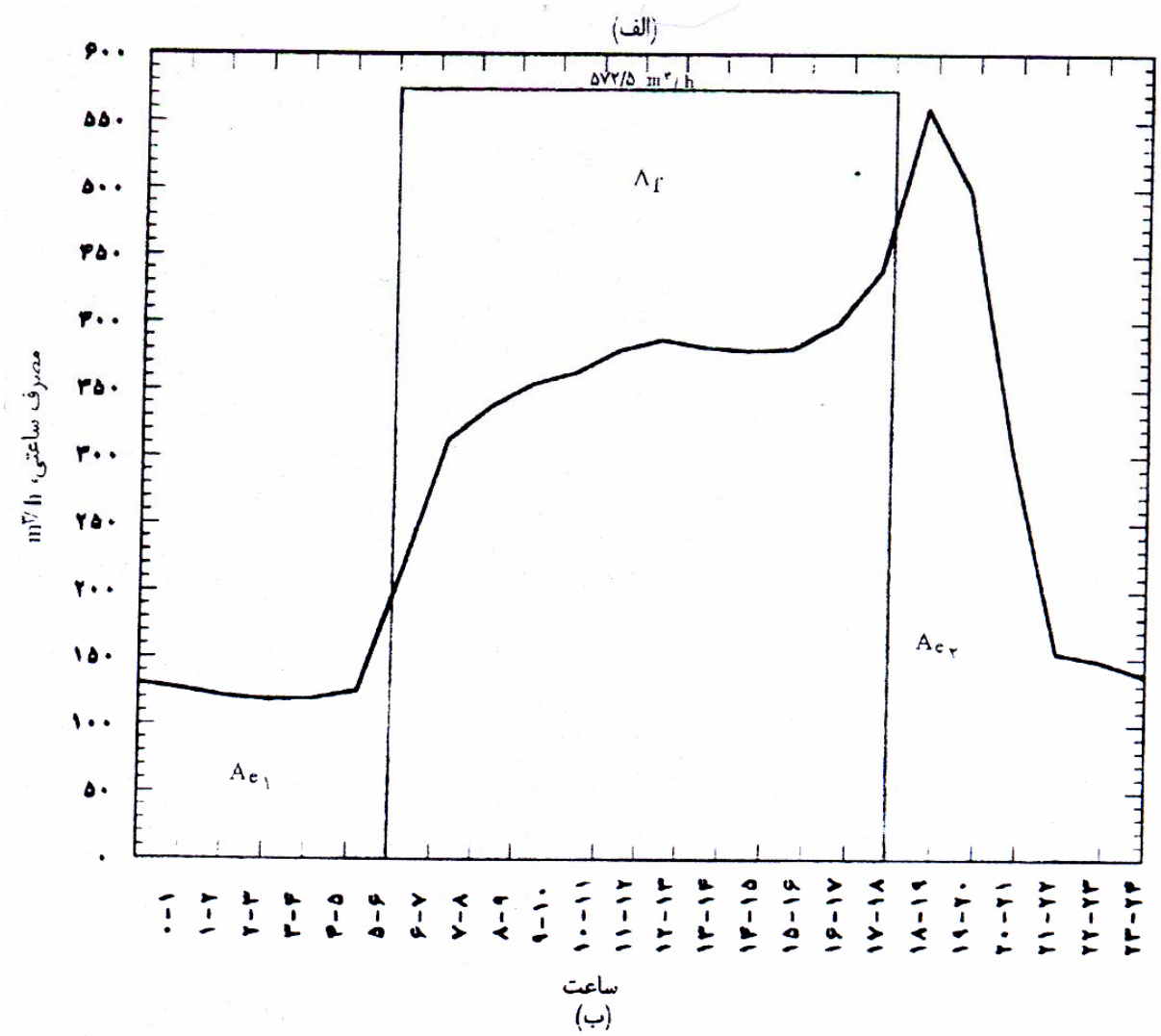
سطح بالایی و پایینی منحنی مصرف نسبت به منحنی تغذیه

یکسان و برابر حجم مخزن خواهد بود.




| زمان | R | I |
|---|---|---|
| 0-1 | 130 | 286.25 |
| 1-2 | 126 | 286.25 |
| 2-3 | 121 | 286.25 |
| 3-4 | 118 | 286.25 |
| 4-5 | 119 | 286.25 |
| 5-6 | 125 | 286.25 |
| 6-7 | 218 | 286.25 |
| 7-8 | 312 | 286.25 |
| 8-9 | 337 | 286.25 |
| 9-10 | 354 | 286.25 |
| 10-11 | 363 | 286.25 |
| 11-12 | 379 | 286.25 |
| 12-13 | 387 | 286.25 |
| 13-14 | 382 | 286.25 |
| 14-15 | 379 | 286.25 |
| 15-16 | 381 | 286.25 |
| 16-17 | 399 | 286.25 |
| 17-18 | 439 | 286.25 |
| 18-19 | 560 | 286.25 |
| 19-20 | 499 | 286.25 |
| 20-21 | 303 | 286.25 |
| 21-22 | 154 | 286.25 |
| 22-23 | 148 | 286.25 |
| 23-24 | 137 | 286.25 |

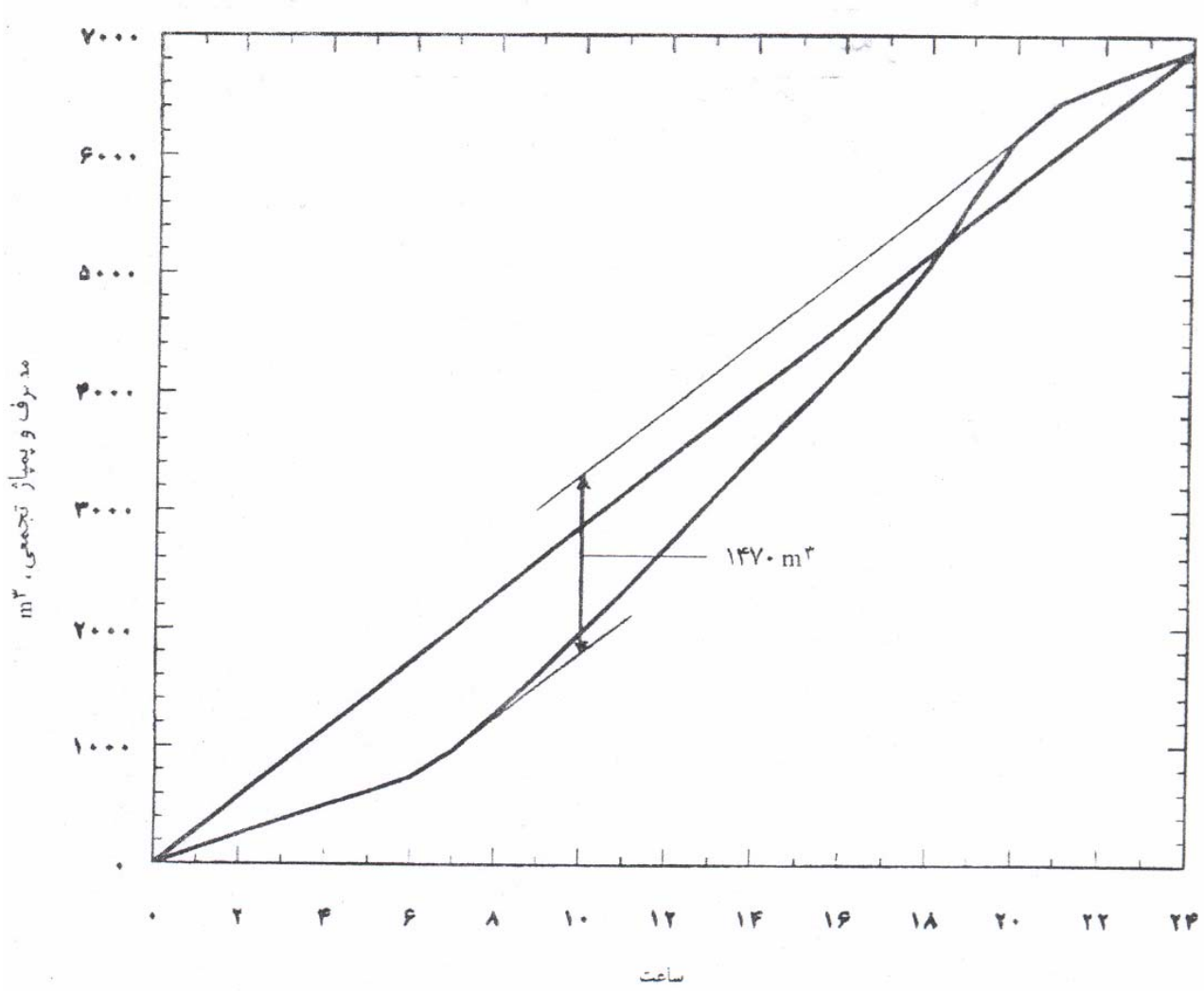
## روش هیدروگراف: پمپاژ ۱۲ساعته



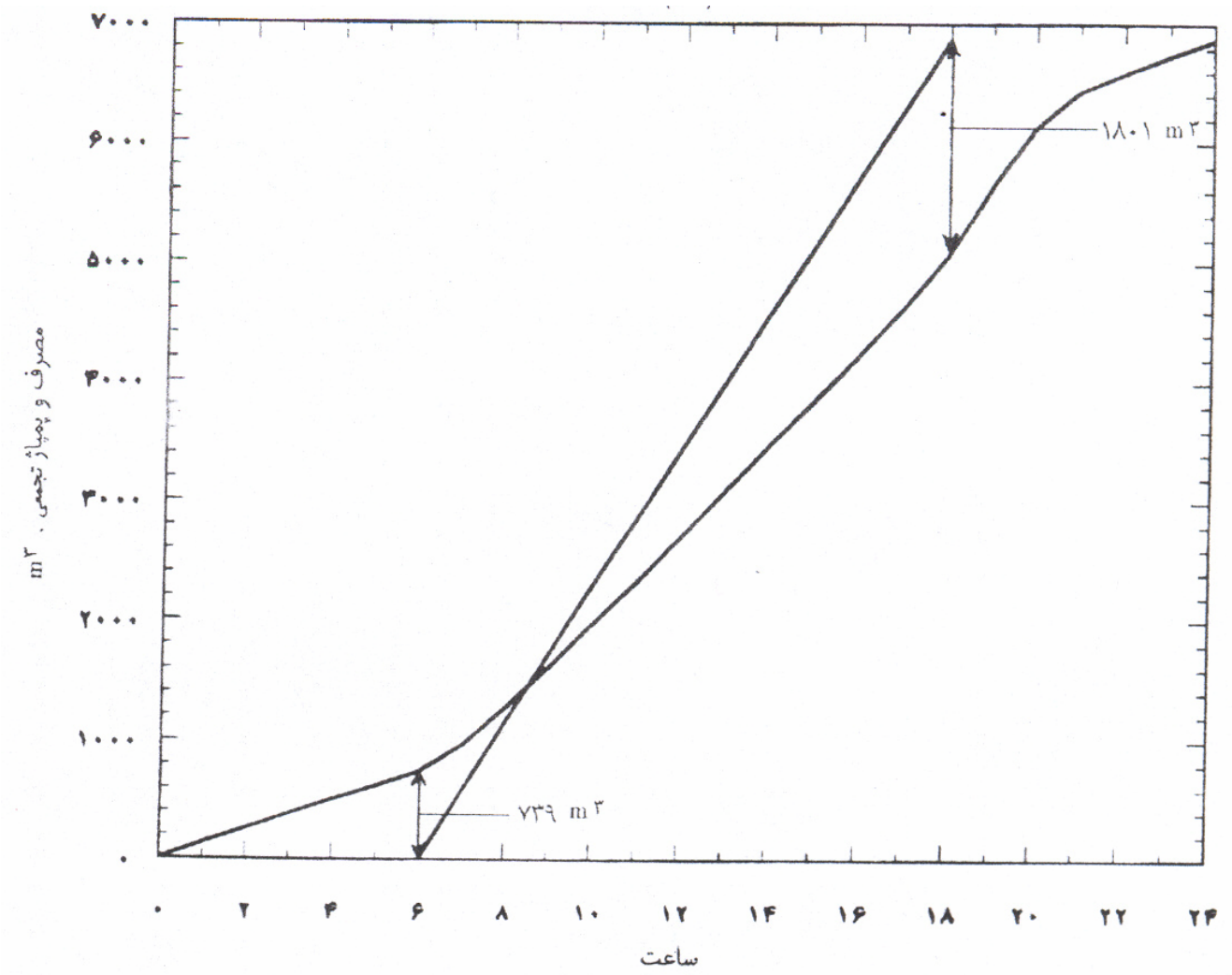
## روش منحنی تجمعی:

رسم تغییرات مصرف تجمعی و تغذیه تجمعی در یک شبانه روز

مجموع فاصله عمودی نقاط حداقل و حداکثر منحنی مصرف و منحنی تغذیه



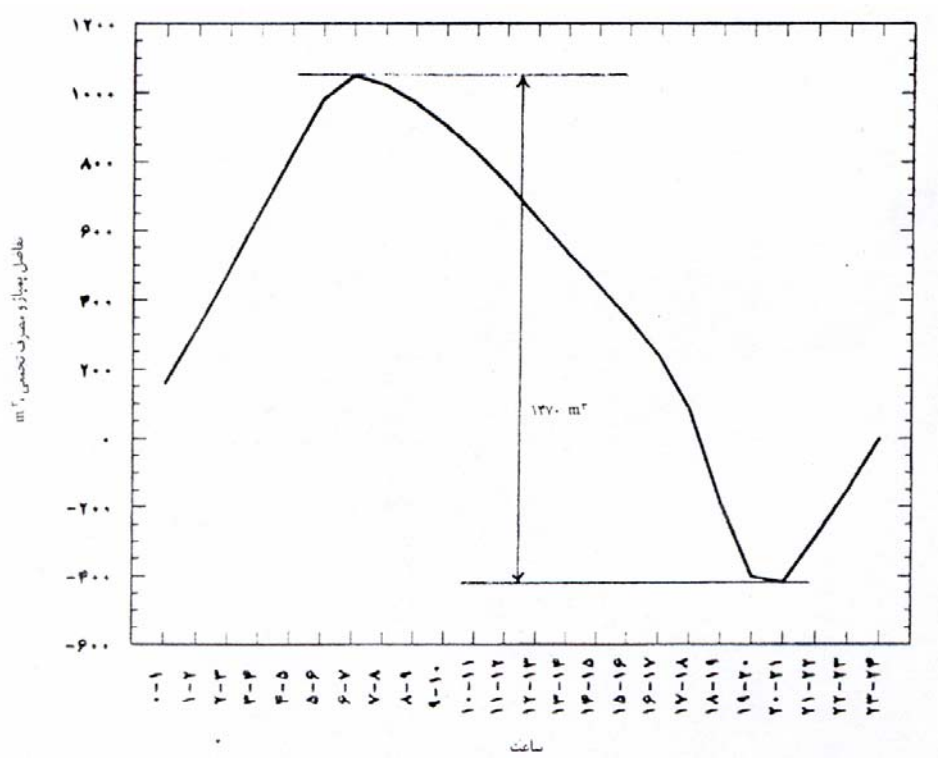
## روش منحنی تجمعی: پمپاژ 12ساعته

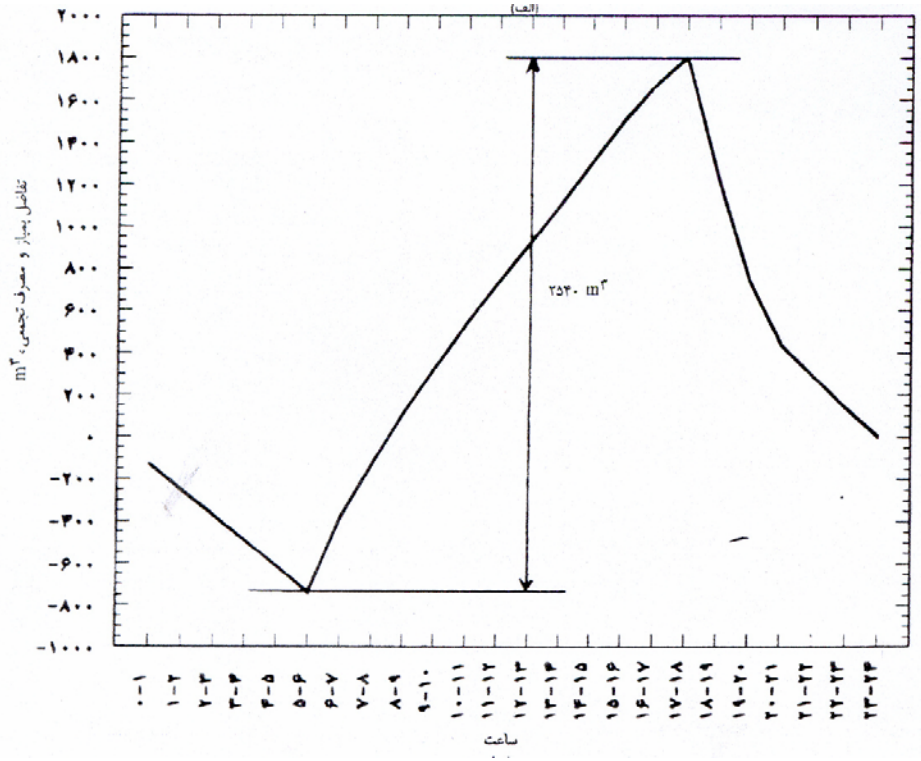


## روش منحنی تفاضل تجمعی:

رسم تغییرات تفاضل تغذیه و مصرف تجمعی در یک شبانه روز

فاصله عمودی نقاط حداقل و حداکثر منحنی



## روش محاسباتی منحنی تفاضل تجمعی (پیکهای متوالی):

$$K_t = K_{t-1} + R_t - I_t \qquad if\ K_t > 0.0$$

$$K_t = 0.0 \qquad if\ K_t < 0.0$$

$$K_0 = 0.0$$

$$K_a = Max\ K_t$$

# پمپاژ 24 ساعته

## 24 ساعت اول

| زمان | R | I | R-I | k |
|---|---|---|---|---|
| 0-1 | 130 | 286.25 | -156.25 | 0 |
| 1-2 | 126 | 286.25 | -160.25 | 0 |
| 2-3 | 121 | 286.25 | -165.25 | 0 |
| 3-4 | 118 | 286.25 | -168.25 | 0 |
| 4-5 | 119 | 286.25 | -167.25 | 0 |
| 5-6 | 125 | 286.25 | -161.25 | 0 |
| 6-7 | 218 | 286.25 | -68.25 | 0 |
| 7-8 | 312 | 286.25 | 25.75 | 25.75 |
| 8-9 | 337 | 286.25 | 50.75 | 76.5 |
| 9-10 | 354 | 286.25 | 67.75 | 144.25 |
| 10-11 | 363 | 286.25 | 76.75 | 221 |
| 11-12 | 379 | 286.25 | 92.75 | 313.75 |
| 12-13 | 387 | 286.25 | 100.75 | 414.5 |
| 13-14 | 382 | 286.25 | 95.75 | 510.25 |
| 14-15 | 379 | 286.25 | 92.75 | 603 |
| 15-16 | 381 | 286.25 | 94.75 | 697.75 |
| 16-17 | 399 | 286.25 | 112.75 | 810.5 |
| 17-18 | 439 | 286.25 | 152.75 | 963.25 |
| 18-19 | 560 | 286.25 | 273.75 | 1237 |
| 19-20 | 499 | 286.25 | 212.75 | 1449.75 |
| 20-21 | 303 | 286.25 | 16.75 | 1466.5 |
| 21-22 | 154 | 286.25 | -132.25 | 1334.25 |
| 22-23 | 148 | 286.25 | -138.25 | 1196 |
| 23-24 | 137 | 286.25 | -149.25 | 1046.75 |

## 24 ساعت دوم

| 0-1 | 130 | 286.25 | -156.25 | 890.5 |
|---|---|---|---|---|
| 1-2 | 126 | 286.25 | -160.25 | 730.25 |
| 2-3 | 121 | 286.25 | -165.25 | 565 |
| 3-4 | 118 | 286.25 | -168.25 | 396.75 |
| 4-5 | 119 | 286.25 | -167.25 | 229.5 |
| 5-6 | 125 | 286.25 | -161.25 | 68.25 |
| 6-7 | 218 | 286.25 | -68.25 | 0 |
| 7-8 | 312 | 286.25 | 25.75 | 25.75 |
| 8-9 | 337 | 286.25 | 50.75 | 76.5 |
| 9-10 | 354 | 286.25 | 67.75 | 144.25 |
| 10-11 | 363 | 286.25 | 76.75 | 221 |
| 11-12 | 379 | 286.25 | 92.75 | 313.75 |
| 12-13 | 387 | 286.25 | 100.75 | 414.5 |
| 13-14 | 382 | 286.25 | 95.75 | 510.25 |
| 14-15 | 379 | 286.25 | 92.75 | 603 |
| 15-16 | 381 | 286.25 | 94.75 | 697.75 |
| 16-17 | 399 | 286.25 | 112.75 | 810.5 |
| 17-18 | 439 | 286.25 | 152.75 | 963.25 |
| 18-19 | 560 | 286.25 | 273.75 | 1237 |
| 19-20 | 499 | 286.25 | 212.75 | 1449.75 |
| 20-21 | 303 | 286.25 | 16.75 | 1466.5 |
| 21-22 | 154 | 286.25 | -132.25 | 1334.25 |
| 22-23 | 148 | 286.25 | -138.25 | 1196 |
| 23-24 | 137 | 286.25 | -149.25 | 1046.75 |

# پمپاژ 12 ساعته

## 24 ساعت اول

| زمان | R | I | R-I | k |
|---|---|---|---|---|
| 0-1 | 130 | 0 | 130 | 130 |
| 1-2 | 126 | 0 | 126 | 256 |
| 2-3 | 121 | 0 | 121 | 377 |
| 3-4 | 118 | 0 | 118 | 495 |
| 4-5 | 119 | 0 | 119 | 614 |
| 5-6 | 125 | 0 | 125 | 739 |
| 6-7 | 218 | 572.5 | -354.5 | 384.5 |
| 7-8 | 312 | 572.5 | -260.5 | 124 |
| 8-9 | 337 | 572.5 | -235.5 | 0 |
| 9-10 | 354 | 572.5 | -218.5 | 0 |
| 10-11 | 363 | 572.5 | -209.5 | 0 |
| 11-12 | 379 | 572.5 | -193.5 | 0 |
| 12-13 | 387 | 572.5 | -185.5 | 0 |
| 13-14 | 382 | 572.5 | -190.5 | 0 |
| 14-15 | 379 | 572.5 | -193.5 | 0 |
| 15-16 | 381 | 572.5 | -191.5 | 0 |
| 16-17 | 399 | 572.5 | -173.5 | 0 |
| 17-18 | 439 | 572.5 | -133.5 | 0 |
| 18-19 | 560 | 0 | 560 | 560 |
| 19-20 | 499 | 0 | 499 | 1059 |
| 20-21 | 303 | 0 | 303 | 1362 |
| 21-22 | 154 | 0 | 154 | 1516 |
| 22-23 | 148 | 0 | 148 | 1664 |
| 23-24 | 137 | 0 | 137 | 1801 |

## 24 ساعت دوم

| 0-1 | 130 | 0 | 130 | 1931 |
|---|---|---|---|---|
| 1-2 | 126 | 0 | 126 | 2057 |
| 2-3 | 121 | 0 | 121 | 2178 |
| 3-4 | 118 | 0 | 118 | 2296 |
| 4-5 | 119 | 0 | 119 | 2415 |
| 5-6 | 125 | 0 | 125 | 2540 |
| 6-7 | 218 | 572.5 | -354.5 | 2185.5 |
| 7-8 | 312 | 572.5 | -260.5 | 1925 |
| 8-9 | 337 | 572.5 | -235.5 | 1689.5 |
| 9-10 | 354 | 572.5 | -218.5 | 1471 |
| 10-11 | 363 | 572.5 | -209.5 | 1261.5 |
| 11-12 | 379 | 572.5 | -193.5 | 1068 |
| 12-13 | 387 | 572.5 | -185.5 | 882.5 |
| 13-14 | 382 | 572.5 | -190.5 | 692 |
| 14-15 | 379 | 572.5 | -193.5 | 498.5 |
| 15-16 | 381 | 572.5 | -191.5 | 307 |
| 16-17 | 399 | 572.5 | -173.5 | 133.5 |
| 17-18 | 439 | 572.5 | -133.5 | 0 |
| 18-19 | 560 | 0 | 560 | 560 |
| 19-20 | 499 | 0 | 499 | 1059 |
| 20-21 | 303 | 0 | 303 | 1362 |
| 21-22 | 154 | 0 | 154 | 1516 |
| 22-23 | 148 | 0 | 148 | 1664 |
| 23-24 | 137 | 0 | 137 | 1801 |

حجم ذخیره آتش نشانی $V_f$ :

تابعی از تعداد آتش سوزیهای همزمان – زمان آتش نشانی – تعداد شیرهای آتش نشانی و دبی آتش نشانی است.

$$V_f = Q_f * t_f$$

حجم ذخیره اضطراری $V_c$ :

عوامل موثر بر حجم:

a) منحصر به فرد بودن منبع تامین آب
b) منحصر به فرد بودن خط آبرسانی , طول زیاد لوله آبرسانی
c) سختی دسترسی به خط آبرسانی و محل منبع
d) محدودیتهای اجرایی به لحاظ امکانات و سرعت تعمیرات
e) احتمال بالای قطع برق سیستم پمپاژ و نبود برق اضطراری

$Vc > 0.1$ *( حجم متناظر با حداکثر مصرف روزانه)

در حالتی که عوامل موثر بر افزایش این حجم غایب باشند این حجم تا 0.25حجم متناظر با حداکثر مصرف روزانه کاهش میابد.

**در شرایط نبود اطلاعات کافی:**

V =(0.5-0.75)* (حجم متناظر با حداکثر مصرف روزانه)

حجم مخازن هوایی :

مخازن هوایی با نقش سه گانه: ضوابط مخازن زمینی

مخازن هوایی با نقش تنظیم فشار در شبکه:

V=(0.03-0.05)* (حجم متناظر با حداکثر مصرف روزانه) مخزن هوایی

**مثال:**

$Q_d^{ave} = 270 \ \ \text{lit/(day*cap)}$

$P = 100000$

$C_1 = 1.5 \qquad C_2^{\text{h}} = 2.4 \qquad t_f = 5 \ \text{hr}$

## مطلوبست الف) دبی طراحی شبکه ب)حجم ذخیره آتش نشانی

$$Q_d^{\max} = C_1 * Q_d^{ave} = 1.5 * 270 = 405 \ \text{lit/(day.cap)}$$

$$Q_h^{\max} = C_1 * C_2^h * Q_d^{ave} / 24 = \frac{1.5 * 2.4}{24} * 270 = 40.5 \ \text{lit/(hr.cap)}$$

$$Q_h^{des} = \frac{40.5 * 0.001 * 10^5}{(3600)} = 1.125 \ \text{m}^3 / s$$

$$Q_d^{des} = \frac{405 * 0.001 * 10^5}{(3600 * 24)} = 0.47 \ \text{m}^3 / s$$

$$Q_f = 64 * \sqrt{100} * (1 - 0.01 * \sqrt{100}) = 576 lit / s = 0.576 m^3 / s$$

$$Q_d^{des} + Q_f = 0.47 + 0.576 = 1.05 < 1.125$$

$$Q_{design} = 1.125$$

$$V_f = 0.576 * 3600 * 5 = 10368 \ \text{m}^3$$

$$V_c = 0.1 * Q_d^{\max} * P = 4050 \ \text{m}^3$$

$$V_a = 0.15 * Q_d^{\max} * P = 0.15 * 405 * 0.001 * 10^5 = 6075 \ \text{m}^3$$

$$V = 4050 + 10368 + 6075 = 11163 \ \text{m}^3$$

# مروری بر مفاهیم مکانیک سیالات:

معادله پیوستگی: اصل بقای جرم

حاصل جمع جرم ورودی خالص به داخل حجم کنترل و افزایش جرم آن برابر صفر است

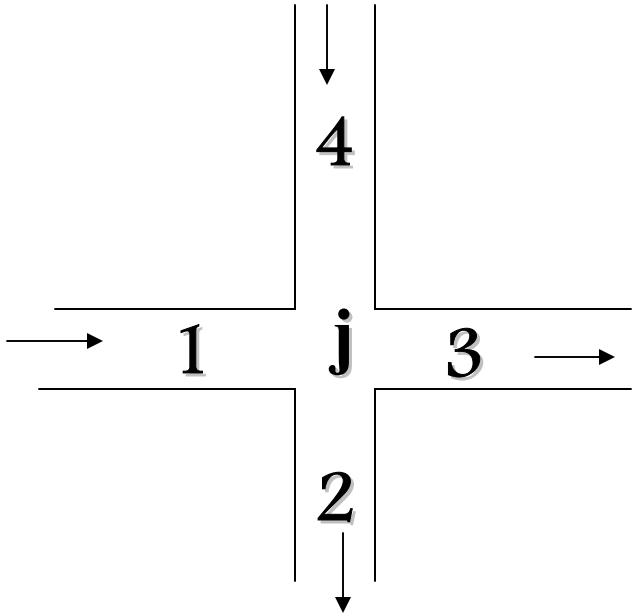
برای جریان تراکم ناپذیر: حاصل جمع حجم ورودی خالص به داخل حجم کنترل و افزایش حجم آن برابر صفر است

برای جریان دایمی: حاصل جمع حجم ورودی خالص به داخل حجم کنترل صفر است

$$Q_1 - Q_2 = 0.0$$

$$\sum Q_i = 0.0$$

مثال:

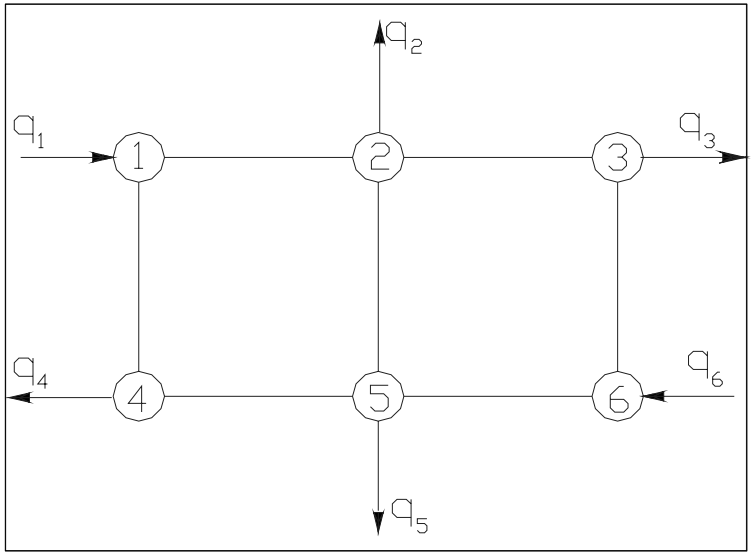



$$\sum_{i \in j} Q_i = 0.0$$

$$\sum Q_1 - Q_3 - Q_2 + Q_4 = 0.0$$

# محاسبه دبی تغذیه به گره6

| گره | دبی |
|---|---|
| 1 | +0.5 |
| 2 | 0.2 |
| 3 | 0.3 |
| 4 | 0.1 |
| 5 | 0.3 |
| 6 | ? |




## الف:

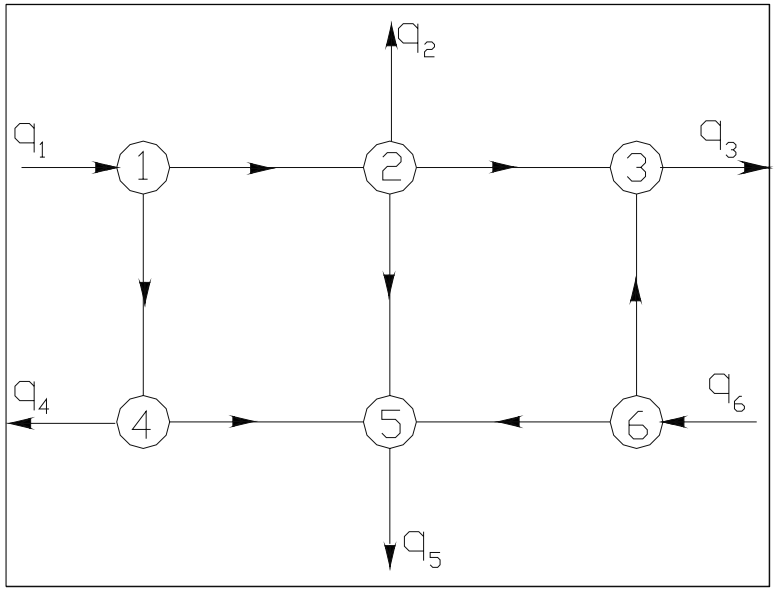
اعمال رابطه پیوستگی برای کل شبکه با فرض علامت مثبت برای دبی های ورودی و منفی برای دبیهای خروجی

**+q1-q2-q3-q4-q5+q6=0**

**q6=q2+q3+q4+q5-q1**

**q6=0.2+0.3+0.1+0.3-0.5=0.4**

# ب:اعمال رابطه پیوستگی برای همه گره های شبکه




**J=1** $q_1-Q_{12}-Q_{14}=0$

**J=2** $-q_2+Q_{12}-Q_{25}-Q_{23}=0$

**J=3** $-q_3+Q_{23}+Q_{63}=0$

**J=4** $-q_4+Q_{14}-Q_{45}=0$

**J=5** $-q_5+Q_{45}+Q_{65}+Q_{25}=0$

**J=6** $q_6-Q_{65}-Q_{63}=0$

ترکیب معادلات **j=1,2,4,5**

$$q_1-q_2-q_4-q_5+Q_{65}-Q_{23}=0$$

$$Q_{65}=Q_{23}-q_1+q_2+q_4+q_5$$

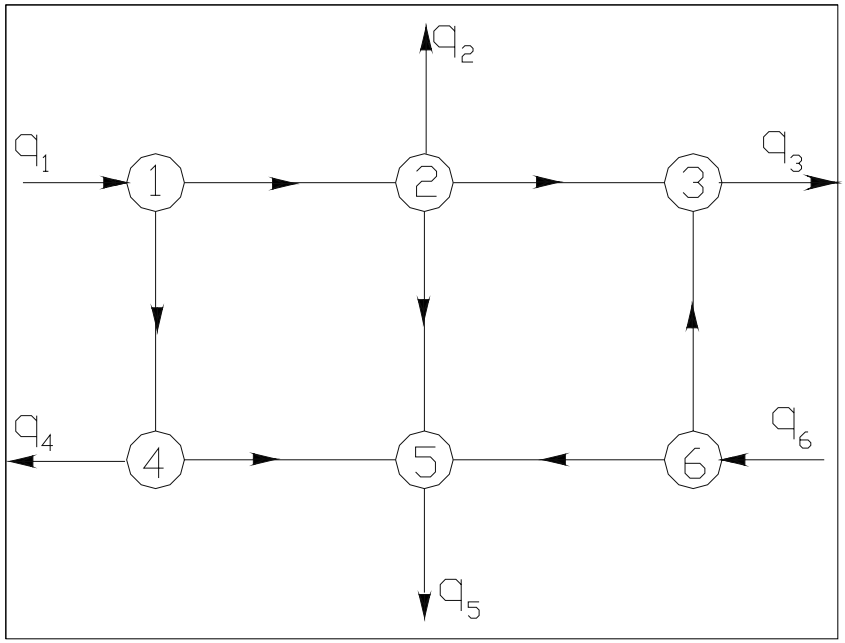
ترکیب با معادله **j=6**

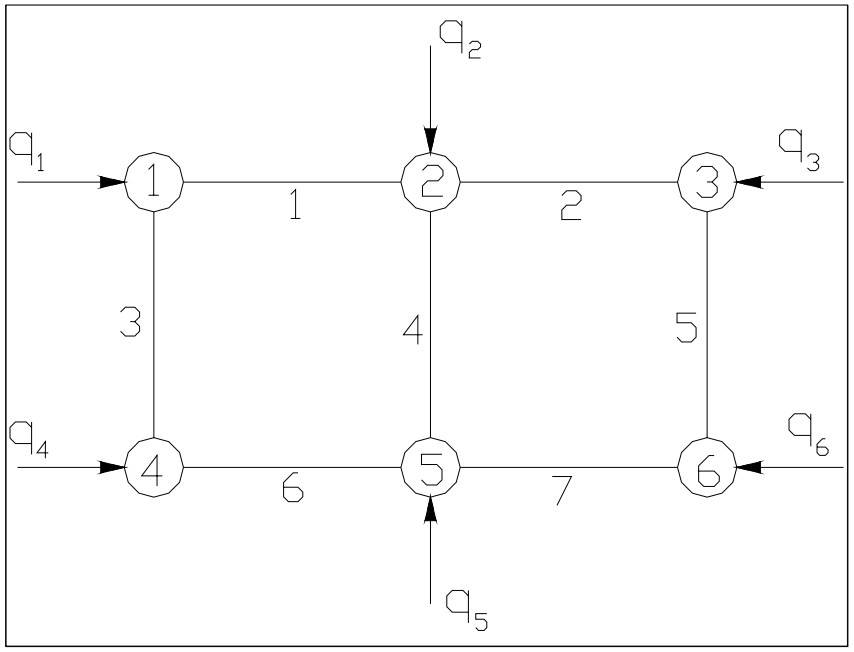
$$q_6+q_1-q_2-q_4-q_5-Q_{63}-Q_{23}=0$$

ترکیب با معادله **j=3**

$$-q_3+q_6+q_1-q_2-q_4-q_5=0$$

$$q_6=q_3+q_2+q_4+q_5-q_1=0.4$$



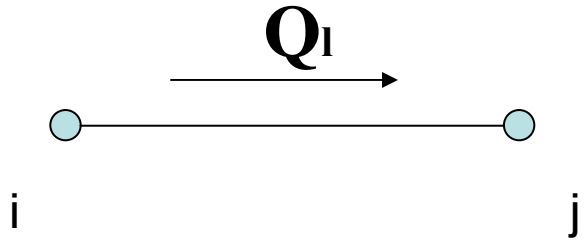



| لوله | گره اول | گره دوم |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 4 |
| 4 | 2 | 5 |
| 5 | 3 | 6 |
| 6 | 4 | 5 |
| 7 | 5 | 6 |

| گره | دبی |
|---|---|
| 1 | +0.5 |
| 2 | -0.2 |
| 3 | -0.3 |
| 4 | -0.1 |
| 5 | -0.3 |
| 6 | ? |

$$q_i = -Q_l$$

$$q_j = +Q_l$$



معادله مومنتوم: مجموع نیروهای وارده بر حجم کنترل برابر نرخ تغییرات اندازه حرکت آنست

$$\sum \vec{F} = \rho Q(\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$$

معادله انرژی: نرخ تغییرات انرژی داخلی هر سیستم برابر حاصلجمع انرژی افزوده به سیستم و کار انجام شده توسط سیستم است.

انواع انرژی قابل استفاده: پتانسیل – جریان ( فشاری) - جنبشی

افت انرژی: انرژی تبدیل شده به سایر صور انرژی (شیمیایی – حرارتی و...)

معادله برنولی: معادله انرژی برای جریان دایمی سیال تراکم ناپذیر غیر لزج

در واحد جرم $E = gZ + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = cte$

در واحد وزن $E = Z + \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} = cte$

در شرایط وجود اصطکاک و سایر صور انرژی

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + (+,-)E_{ext} = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

در شرایط وجود پمپ و توربین

$$Z_1 + \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + h_p - h_T = Z_2 + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f$$

خط شیب هیدرولیکی: خطی که نمودار هد فشاری در طول لوله نسبت به محور لوله است و نمایشگر خط پیزومتریک نسبت به سطح مبناست.

خط انرژی: خطی که نمودار هد کل در طول لوله نسبت به سطح مبناست.

این دو خط در صورت ثابت بودن سطح مقطع لوله با یکدیگر موازیند.

## افت در لوله ها:

**افت طولی:** افت ناشی از اصطکاک جریان با جداره

**افت موضعی:** افت ناشی از تغییر الگوی جریان

- **افت طولی:**
- رابطه دارسی – ویسباخ :
- f از روابط تئوریک یا تجربی یا دیاگرام مودی بدست می‌آید.

$$h_f = \frac{fL}{D} * \frac{V^2}{2g} = \frac{fL}{D^5} * \frac{8Q^2}{g\pi^2}$$

$$f = F(\frac{e}{D}, \mathrm{Re})$$

# تعیین ضریب اصطکاک f

## ۱- جریان لایه ای

$$f = \frac{64}{Re}, \qquad Re \le 2000$$

## ۲- جریان انتقالی

$$0.03 < f < 0.08, \qquad 2000 < Re < 4000$$

## ۳- جریان اشفته صاف

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}}, \qquad 4000 < Re < 100000$$

رابطه بلازیوس

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(Re\sqrt{f}) - 0.8$$

رابطه پر انتل ( کارمن)

## ۴- جریان اشفته انتقالی

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{2.52}{Re\sqrt{f}}\right)$$

رابطه کلبروک - وایت

## ۴- جریان اشفته زبر

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{e}{3.7D}\right)$$

رابطه کارمن - پر انتل

- **روابط صریح :**

- **جریان آشفته صاف:**

رابطه چن:

$$f = \left\{ 2\log\left[ \left( \frac{4.52}{Re} \right) \log\left( \frac{Re}{7} \right) \right] \right\}^{-2}$$

- **در جریان آشفته انتقالی**

$$5000 < Re < 10^8$$

$$10^{-6} < {}^{e}\!/_{D} < 10^{-2}$$

**رابطه سوامی:**

$$f = \frac{0.25}{\left[ \log\left( \frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2}$$

- **همه نواحی جریان:**

**رابطه چرچیل:**

$$f = 8\left[ \left( \frac{8}{Re} \right)^{12} + \frac{1}{(A+B)^{1.5}} \right]^{\frac{1}{12}}$$

$$A = \left[ 2.457 \ln \frac{1}{\left( \frac{7}{Re} \right)^{0.9} + \frac{0.27e}{D}} \right]^{16}$$

$$B = \left( \frac{37530}{Re} \right)^{16}$$

**زبری معادل برای لوله‌های مختلف.**

| جنس لوله | زبری معادل $e$، $mm$ |
|---|---|
| فولاد پرچ شده[1] | ۰/۹۰-۹/۰ |
| بتن | ۰/۳۰-۳/۰ |
| نوار چوبی[2] | ۰/۲۰-۰/۹۰ |
| چدن[3] | ۰/۲۶ |
| آهن گالوانیزه[4] (آهن سفید یا آهن روییده شده) | ۰/۱۵ |
| چدن قیری شده[5] | ۰/۱۳ |
| فولاد تجارتی، آهن نرم[6] | ۰/۰۵ |
| آزبست - سیمان بدون پوشش[7]، بتن پیش تنیده[8] | ۰/۰۴ |
| پی وی سی *(PVC)* | ۰/۰۰۲۱ |
| آزبست - سیمان با پوشش[9]، آلومینیم، برنج[10]، مس، روی، شیشه و پلاستیک | ۰/۰۰۱۵ |

## - رابطه هیزن – ویلیامز:

**در سیستم متریک**

$$V = 0.849 C_{HW} R^{0.63} \left( \frac{h_f}{L} \right)^{0.54}$$

$$Q = 0.2784 C_{HW} D^{2.63} \left( \frac{h_f}{L} \right)^{0.54}$$

$$h_f = \frac{10.68 L Q^{1.852}}{C_{HW}^{1.852} D^{4.87}}$$

در این روابط ضریب $C_{HW}$ بر خلاف ضریب **f** در رابطه دارسی – ویسباخ ، دیگر تابعی از دبی جریان نیست و به جنس لوله و زبری بستگی دارد.

## مقادیر ضریب هیزن-ویلیامز ($C_{HW}$) برای لوله‌های نو باموادمختلف.

| جنس لوله | قطر لوله، میلیمتر | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ۷۵ | ۱۵۰ | ۳۰۰ | ۶۰۰ | ۱۲۰۰ |
| چدن بدون‌پوشش | ۱۲۱ | ۱۲۵ | ۱۳۰ | ۱۳۲ | ۱۳۴ |
| چدن باپوشش | ۱۲۹ | ۱۳۳ | ۱۳۸ | ۱۴۰ | ۱۴۱ |
| فولاد بدون پوشش | ۱۴۲ | ۱۴۵ | ۱۴۷ | ۱۵۰ | ۱۵۰ |
| فولاد با پوشش | ۱۳۷ | ۱۴۲ | ۱۴۵ | ۱۴۸ | ۱۴۸ |
| آهن نرم | ۱۳۷ | ۱۴۲ | — | — | — |
| آهن گالوانیزه (آهن‌سفیدیاآهن‌روییده شده) | ۱۲۹ | ۱۳۳ | — | — | — |
| آهن ریخته‌گری[1] با پوشش | ۱۳۷ | ۱۴۲ | ۱۴۵ | ۱۴۸ | ۱۴۸ |
| آزبست - سیمان بدون پوشش | ۱۴۲ | ۱۴۵ | ۱۴۷ | ۱۵۰ | — |
| آزبست - سیمان با پوشش | ۱۴۷ | ۱۴۹ | ۱۵۰ | ۱۵۲ | — |
| بتن | ۱۲۹-۶۹ | ۱۳۳-۷۹ | ۱۳۸-۸۴ | ۱۴۰-۹۰ | ۱۴۱-۹۵ |
| بتن‌پیش‌تنیده | — | — | ۱۴۷ | ۱۵۰ | ۱۵۰ |
| پی‌وی‌سی ، برنج، سرب، مس | ۱۴۷ | ۱۴۹ | ۱۵۰ | ۱۵۲ | ۱۵۳ |
| لوله‌های تمیز شده توسط ساییدن | ۱۰۹ | ۱۱۶ | ۱۲۱ | ۱۲۵ | ۱۲۷ |
| لوله‌های تمیز شده توسط برس‌زدن | ۹۷ | ۱۰۴ | ۱۰۸ | ۱۱۲ | ۱۱۵ |

- **رابطه مانینگ:**

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} \sqrt{S_f}$$

$$h_f = \frac{10.29 n^2 L Q^2}{D^{5.333}}$$

این رابطه در شبکه های آب کمتر استفاده می شود

- **روابط توانی افت:**

$$h_f = KQ^n$$

- **رابطه هیزن – ویلیامز:**

$$h_f = \frac{10.7L}{C_{HW} D^{4.87}} Q^{1.852}$$

- **رابطه دارسی – ویسباخ:**

$$h_f = \frac{8fL}{D^5 g\pi^2} Q^2$$

- **افتهای موضعی:**

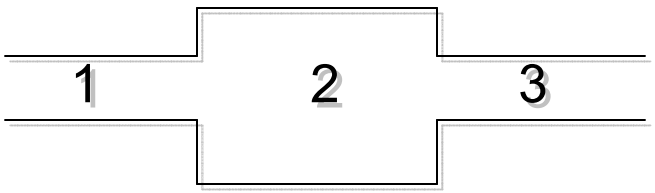
ناشی از تغییر الگوی جریان در اثر تغییر تدریجی یا ناگهانی مرزهای مجرا

$$h_m = K_m \frac{V^2}{2g}$$

- **لوله‌های سری و موازی و لوله معادل:**

**لوله معادل:لوله ای با قطر ثابت که افت هد و دبی آن معادل افت و دبی سیستم لوله های جایگزین است.**

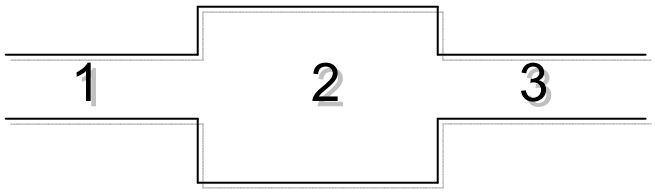
- **لوله های سری:**
- دبی عبوری از این لوله ها یکسان بوده و افت طولی کل مجموعه برابر مجموع افتهای هر یک از لوله ها می باشد.




- **Q1=Q2=Q3**
- **hf=hf1+hf2+hf3**

$$Q_e = Q_i, \qquad i = 1,2,3,..n$$

$$\frac{f_e L_e}{D_e}\frac{8Q_e^2}{g\pi^2} = \sum_i h_{fi} = \sum_i \left( \frac{f_i L_i}{D_i}\frac{8Q_i^2}{g\pi^2} + \sum_i h_{mi} \right)$$




- اگر از افت موضعی صرف نظر شود:

رابطه دارسی – ویسباخ:

$$\frac{f_e L_e}{D_e^5} = \sum_i \frac{f_i L_i}{D_i^5}$$

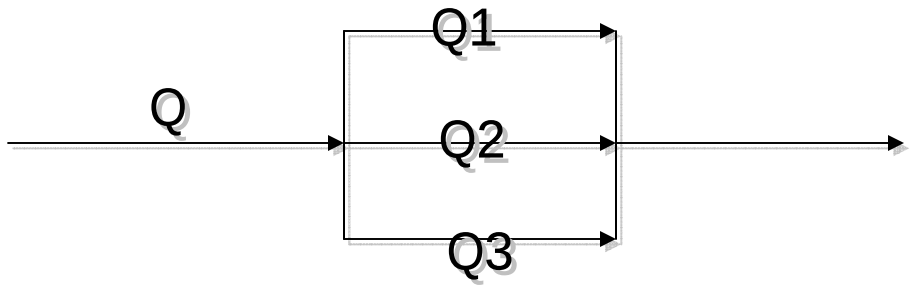
رابطه هیزن – ویلیامز:

$$\frac{L_e}{CHW_e^{1.852} D_e^{4.87}} = \sum_i \frac{L_i}{CHW_i^{1.852} D_i^{4.87}}$$

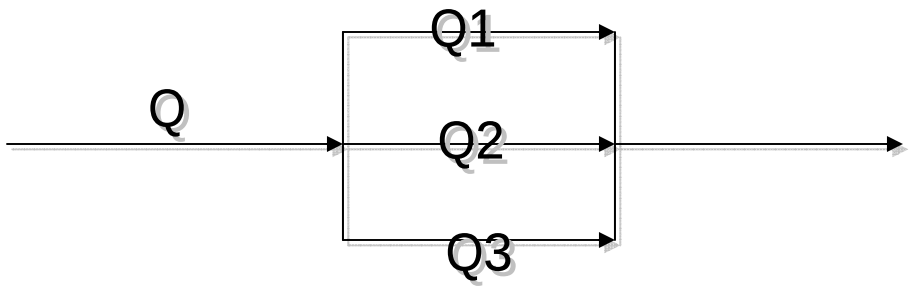
رابطه کلی:

$$K_e = \sum_i K_i$$

- **لوله های موازی:**
- دبی عبوری از مجموعه برابر مجموع دبی های هر یک از لوله ها می باشد و میزان افت تمامی لوله ها برابر است.




- **Q=Q1+Q2+Q3**
- **hf=hf1=hf2=hf3**




- اگر از افت موضعی صرف نظر شود:

$$Q_e = \sum Q_i , \qquad i = 1,2,3,..n$$

رابطه دارسی – ویسباخ:

$$\sqrt{\left(\frac{D_e^{\,5}}{f_e L_e}\right)} = \sum_i \sqrt{\left(\frac{D_i^{\,5}}{f_i L_i}\right)}$$

رابطه هیزن – ویلیامز:

$$\frac{CHW_e\, D_e^{2.63}}{L_e^{\,0.54}} = \sum_i \frac{CHW_i\, D_i^{2.63}}{L_i^{\,0.54}}$$

رابطه کلی:

$$\left[\frac{1}{K_e}\right]^{1/n} = \sum_i \left[\frac{1}{K_i}\right]^{1/n}$$

- **طول لوله معادل افت موضعی:**

**لوله ای با قطر – دبی و ضریب اصطکاک یکسان با لوله ای که افت موضعی در آن رخ میدهد.**

**رابطه دارسی – ویسباخ:**

$$K_m \frac{V^2}{2g} = \frac{f\Delta L}{D}\frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta L = \frac{DK_m}{f}$$

**رابطه هیزن – ویلیامز:**

$$K_m \frac{V^2}{2g} = \frac{10.68\Delta L}{C_{HW} D^{4.87}} Q^{1.852}$$

$$\Delta L = \frac{K_m C_{HW}^{1.852} D^{0.87} Q^{0.148}}{129.3}$$

**مثال 1 :** آب 20 درجه $\left(\vartheta = 1.007\times10^{-6}\ m^2/s\right)$ از یک مخزن از طریق لوله فولادی جوش دار $\left(e = 4.6\times10^{-5}\ m\right)$ بطول 300 متر منتقل می شود. افت جریان را با فرض $Q = 0.1\ m^3/s$ و $D = 300\ mm$ حساب کنید.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0.1}{\left(0.3^2 + \frac{\pi}{4}\right)} = 1.41\ m/s$$

$$R_e = \frac{VD}{D} = 1.41\times 0.3 \Big/ \left(1.007\times10^{-6}\right) = 0.421\times10^{+6} \qquad 5000 < R_e < 10^8$$

رابطه سوامی

$$f = 0.25\left[\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{(R_e)^{0.9}}\right)\right]^{-2}$$

$$f = 0.25\left[\log\left(\frac{4.6\times10^{-5}}{3.7\times0.3} + \frac{5.74}{\left(0.421\times10^{6}\right)^{0.9}}\right)\right]^{-2} = 0.0153$$

$$h_f = f\,\frac{L}{DS}\,\frac{8Q^2}{g\pi 2} = 0.0153\,\frac{300}{(0.3)^5}\,\frac{8(0.1)^2}{(9.81)(3.14)2} = 1.56$$

**مثال 2 :** مسئله قبل را با فرض $h_f = 1.56^m$ برای محاسبه دبی حل کنید.

$$h_f = f \frac{L}{DS} \frac{8Q^2}{g\pi 2}$$

$$f = 0.25\left[ log\left( \frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{(R_e)^{0.9}} \right) \right]^{-2} \qquad R_e = \frac{VD}{\upsilon} = \frac{4Q}{\pi D \upsilon}$$

با جایگذاری رابطه $f$ و $R_e$ در معادله غیر خطی برحسب $Q$ منجر می شود که حل آن مستلزم حدس و اصلاح است. ولی استفاده از معادلات اصلی بدلیل امکان یافتن حدس اولیه مناسب برای $f$ مفیدتر است

$$Q^k = \frac{h_f D^5 g \pi^2}{8 L f^{\nu}}$$

$$R_e^k = \frac{4Q^k}{\pi D \upsilon}$$

$$f^{k+1} = 0.25\left[ log\left( \frac{e}{3.7D} + \frac{5.74}{\left(R_e^{\,k}\right)^{0.9}} \right) \right]^{-2}$$

| تکرار | $f$ | $Q$ | $R_e$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | 0.0874 | 368543 |
| 2 | 0.01554 | 0.09915 | 418074 |
| 3 | 0.01533 | 0.09983 | 420958 |
| 4 | 0.01532 | 0.09986 | 421084 |

**مثال 3 :** مسئله قبل را برای بدست آوردن D حل کنید.

| تکرار | $f$ | $Q$ | $R_e$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | 0.3166 | 399561 |
| 2 | 0.015326 | 0.3002 | 421395 |
| 3 | 0.015315 | 0.3001 | 421465 |

**فرمول توانی برای محاسبه افت:** $h_f = KQ^n$

هیزن – ویلیامز $h = 1.852$ $K = \dfrac{10.7L}{C_{Hw}^{1.852} D^{4.87}}$

دارسی - وایسباخ n=2 $K = \dfrac{8FL}{D^5 g \pi^2}$

ضریب اصطکاک $f$ خود تابعی از $Q$ است. $f = F(Q)$

اصلاح رابطه توانی دارسی – وایسباخ بگونه ای که $K$ برای هر لوله عدد ثابتی باشد در تحلیل شبکه ها بسیار مفید است.

$$f = \frac{a}{Q^b}$$

با معلوم بودن گستره تغییرات دبی $Q_1 < Q < Q_2$ می توان پارمترهای a و b را حساب کرد

بدست آورید.

$$\log f_1 = \log a - b \log Q_1$$
$$\log f_2 = \log a - b \log Q_2$$

با معلوم بودن a و b ضرایب k و n رابطه دارسی – وایسباخ به صورت زیر بدست می آید

$$h_f = f \frac{L}{DS} \frac{8Q^2}{g\pi 2} = \frac{a}{Q^b} \frac{8L}{g\pi^2 D^5} Q^2 = \frac{8aL}{g\pi^2 D^5} Q^{2-b}$$

$$K = \frac{8aL}{g\pi^2 D^5} \qquad n = 2 - b$$

**مثال:** ضرایب k و n رابطه دارسی – وایسباخ را برای لوله های چدنی $\left(e = 0.254 \times 10^{-3} m\right)$ به قطر $0.3048m$ و طول 213 متر در محدوده بسرعت $V_1 = 0.13 \, m/s$ و $V_2 = 0.13 \, m/s$ به دست آورید

$V_1 = 0.13 \, m/s$ $\quad Q_1 = 0.00949$ $\quad R_{e1} = 34850$ $\quad f_1 = 0.0251$

$V_1 = 0.13 \, m/s$ $\quad Q_2 = 0.018898$ $\quad R_{e2} = 69431$ $\quad f_2 = 0.02266$

$a = 0.012571$ $\quad b = 0.14847$ $\quad n = 1.852$ $\quad K = \frac{8aL}{g\pi^2 D^5} = 84$

## تحلیل سیستم لوله های سری

- سیستم لوله های سری با دبی معلوم

چون دبی و مشخصات لوله ها معلوم هستند، افت هد تک تک لوله ها و بنابراین افت هد کل را می توان به دست آورد. سپس با انتخاب دو مشخصه از لوله معادل، مشخصه دیگر آن نیز قابل محاسبه است.

$$\frac{f_e L_e}{D_e^5} = \sum_i \frac{f_i L_i}{D_i^5} \qquad f = F(Q_i, D_i)$$

**مثال :** دو لوله سری با زبری $e=0.26\,mm$ و طولهای $L_1 = 200m, L_2 = 100m$ و قطرهای $D_1 = 300mm, D_2 = 150mm$ آب با لزجت $\nu = 1.004 \;\; mm^2/s$ را با دبی $Q = 0.05\, m^3/s$ حمل میکنند. افت هد سیستم و طول لوله معادلی به قطر 200 میلیمتر و قطر لوله معادلی به طول 300 متر را با استفاده از رابطه دارسی وایسباخ و هیزن ویلیامز( $C_{HW} = 130$ ) بدست اورید.

از رابطه زیگرانج-سیلوستر استفاده کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left\{\frac{e}{3.7D} - \frac{5.02}{R_e}\log\left[\frac{e}{3.7D} - \frac{5.02}{R_e}\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{13}{R_e}\right)\right]\right\}$$

حل:

(1)تعیین افت سیستم:

(الف) تعیین f: با استفاده از $e = 0.26\,mm$

$$\left(\frac{e}{D}\right)_1 = \frac{0.26}{300} = 0.000867$$

$$\left(\frac{e}{D}\right)_2 = \frac{0.26}{150} = 0.001733 \qquad \nu = 1.004\,mm2/s = 1.004 \times 10^{-6}\, m^2/s$$

$$(\mathrm{Re})_1 = \frac{4\times 0.05}{\pi\times 0.3\times 1.004\times 10^{-6}} = 211{,}360 \qquad (\mathrm{Re})_2 = \frac{4\times 0.05}{\pi\times 0.15\times 1.004\times 10^{-6}} = 422{,}720$$

با استفاده از رابطه صریح زیگرانچ – سیلوستر ، $f_1 = 0.02043$ و $f_2 = 0.02303$ است.

**(ب) محاسبه افت هد لوله های سیستم:**

$$h_{f_1} = \frac{0.02043\times 200\times 0.05^2}{12.1\times (0.3)^5} = 0.3474m \qquad h_{f_2} = \frac{0.02303\times 100\times 0.05^2}{12.1\times (0.15)^5} = 6.2660m$$

**(ج) محاسبه افت هد کل سیستم:**

$$h_{f_e} = h_{f_1} + h_{f_2} = 0.3474 + 6.2660 = 6.6134m$$

**(۲)تعیین طول لوله معادل به قطر ۲۰۰ میلیمتر:**
**(الف) تعیین f لوله معادل:**

$$\left(\frac{e}{D}\right)_e = \frac{0.26}{200} = 0.0013$$

$$f_e = 0.02172$$

$$(\mathrm{Re})_2 = \frac{4\times 0.05}{\pi\times 0.2\times 1.004\times 10^{-6}} = 317{,}040$$

**(ب) محاسبه طول لوله معادل :**

$$h_{f_e} = h_{f_1} + h_{f_2} \qquad \frac{0.02172\times L_e}{(0.2)^5} = \frac{0.02043\times 200}{(0.3)^5} + \frac{0.02303\times 100}{(0.15)^5}$$

که نتیجه می دهد:

$$L_e = 471.6m$$

**(۳)محاسبه قطر لوله معادل به طول ۳۰۰ متر:**

$$h_{f_e} = h_{f_1} + h_{f_2}$$

$$\frac{f_e \times 300}{D_e^5} = \frac{0.02043 \times 200}{(0.3)^5} + \frac{0.02303 \times 100}{(0.15)^5}$$

که نتیجه می دهد: $D_e = 0.3930\ f_e^{0.2}$

و

$$(\mathrm{Re})_2 = \frac{4 \times 0.05}{\pi D_e \times 1.004 \times 10^{-6}} = \frac{63408}{D_e}$$

| تکرار | $f$ | $D_e$ (m) | $(e/D)_e$ | $(\mathrm{Re})_e$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | 0.1797 | 0.001447 | 352,855 |
| 2 | 0.02217 | 0.1835 | 0.001417 | 345,548 |
| 3 | 0.02208 | 0.1833 | | |

**(الف)محاسبه افت هد کل سیستم:**

$$h_f = \frac{10.68 \times 0.05^{1.852}}{130^{1.852}} \left[ \frac{200}{(0.3)^{4.87}} + \frac{100}{(0.15)^{4.87}} \right] = 50562\,m$$

**(ب) محاسبه طول لوله معادل به قطر ۲۰۰ میلیمتر:**

$$L_e = 0.2^{4.87} \left[ \frac{200}{(0.3)^{4.87}} + \frac{100}{(0.15)^{4.87}} \right] = 433.7m$$

**(ج) محاسبه قطر لوله معادل به طول ۳۰۰ متر :**

$$\frac{300}{D_e^{4.87}} = \left[\frac{200}{(0.3)^{4.87}} + \frac{100}{(0.15)^{4.87}}\right]$$

که نتیجه می دهد:

$$D_e = 0.1854\,m = 185.4mm$$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

**سیستم لوله های سری با افت هد معلوم:**

وقتی که افت هد کل یک سیستم سری و مشخصات لوله های آن معلوم باشند و از فرمول افت هد دارسی – وایسباخ استفاده شود، به کمک سعی و خطا می توان افت هد و دبی تک تک لوله ها را به دست آورد. سپس با انتخاب دو مشخصه از لوله معادل، مشخصه دیگر آن نیز قابل محاسبه است.

**مثال :** اگر افت هد کل در مثال قبل 10 متر باشد در این صورت دبی سیستم، طول لوله معادلی به قطر 200 میلیمتر و قطر لوله معادلی به طول 300 متر را با استفاده از رابطه دارسی وایسباخ و هیزن ویلیامز ( $C_{HW} = 130$ ) بدست اورید. از رابطه زیگرانج-سیلوستر استفاده کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left\{\frac{e}{3.7D} - \frac{5.02}{R_e}\log\left[\frac{e}{3.7D} - \frac{5.02}{R_e}\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{13}{R_e}\right)\right]\right\}$$

**حل:**

$e = 0.26^{mm}$ $D_1 = 300$ $D_2 = 150$

**(الف) تعیین دبی سیستم:**

$(e/D)_1 = 0.000867$ و $(e/D)_2 = 0.001733$

چون دبی مجهول است، مقادیر Re و f برای هر لوله نیز مجهول هستند. برای سیستم لوله های سری،

$$h_{f_e} = h_{f_1} + h_{f_2}$$

$$10 = \frac{f_1 \times 200 \times Q^2}{12.1 \times (0.3)^5} + \frac{f_2 \times 100\, Q^2}{12.1 \times (0.15)^5}$$

$$= (6802\, f_1 + 108832\, f_2) Q^2$$

| تکرار | $f_1$ | $f_2$ | $Q\ m^3/s$ | $(R_e)_1$ | $(R_e)_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | 0.02 | 0.06576 | 277980 | 555960 |
| 2 | 0.02011 | 0.02292 | 0.06165 | 260610 | 521220 |
| 3 | 0.02018 | 0.02294 | 0.06162 | | |

**(ب) تعیین طول لوله معادل به قطر ۲۰۰ میلیمتر:**

دبی لوله معادل مساوی با دبی سیستم لوله های سری است. بنابراین:

$$Q_e = 0.06162\ m^3/s$$

$$\left(\frac{e}{D}\right)_e = \frac{0.26}{200} = 0.0013 \qquad (\mathrm{Re})_e = \frac{4 \times 0.06162}{\pi \times 0.2 \times 1.004 \times 10^{-6}} = 390{,}720$$

$$f_e = 0.02158$$

پس

$$10 = \frac{0.02158 \times L_e \times (0.06162)^2}{12.1 \times (0.2)^5}$$

و (m)

که نتیجه می دهد:

$$L_e = 472.5m$$

**(ج) تعیین قطر لوله معادل به طول ۳۰۰ متر:**

$$\frac{f_e \times 300 \times (0.06162)^2}{12.1 \times D_e^5} = 10$$

$$D_e = 0.3933\ f_e^{0.2}$$

که نتیجه می دهد:

$$(\mathrm{Re}) = \frac{4 \times 0.06162}{\pi D_e \times 1.004 \times 10^{-6}} = \frac{78144}{D_e}$$

| تکرار | $f$ | $D_e$ | $(e/D)_e$ | $(\mathrm{Re})_e$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | 0.1799 | 0.001446 | 434,370 |
| 2 | 0.02205 | 0.1834 | 0.001418 | 426,090 |
| 3 | 0.02197 | 0.1833=183.3mm | | |

## تکرار محاسبات با استفاده از فرمول هیزن-ویلیامز :

**(الف) تعیین دبی سیستم:**

$$\frac{10.68 \times Q^{1.852}}{130^{1.852}}\left[\frac{200}{(0.3)^{4.87}}+\frac{100}{(0.15)^{4.87}}\right]=10$$

که نتیجه می دهد:

$$Q = 0.06864\ m^3/s$$

**(ب) تعیین طول لوله معادل به قطر ۲۰۰ میلیمتر:**

$$L_e = 0.2^{4.87}\left[\frac{200}{(0.3)^{4.87}}+\frac{100}{(0.15)^{4.87}}\right]=433.7m$$

**(ج) تعیین قطر لوله معادل به طول ۳۰۰ متر:**

$$\frac{300}{D_e^{4.87}}=\left[\frac{200}{(0.3)^{4.87}}+\frac{100}{(0.15)^{4.87}}\right]$$

که نتیجه می دهد

$$D_e = 0.1854\,m = 185.4mm$$

# سیستم های لوله های موازی

دو نوع مسئله در سیستم های لوله های موازی مطرح می شوند
(1) افت هد معلوم : تعیین دبی هر لوله و مشخصات لوله معادل
(2) دبی کل معلوم : تعیین دبی هر لوله و مشخصات لوله معادل

**•سیستم لوله های موازی با افت هد معلوم**

چون افت هد و مشخصات لوله ها معلوم اند، دبی هر لوله محاسبه می شود. اگر فرمول دارسی – ویسباخ به کار رود، استفاده از روش سعی و خطا ضرورت می یابد. مجموع دبی لوله ها، دبی کل سیستم را نشان می دهد. با انتخاب دو مشخصه از لوله معادل، مشخصه دیگر آن نیز قابل محاسبه است.

**مثال** : سه لوله موازی با زبری $e_1 = 0.3\ \ mm,\ \ e_2 = 0.2\ \ mm,\ e_3 = 0.4\ \ mm,$ و طولهای

$L_1 = 300\,m,\ \ L_2 = 250\,m,\ \ L_3 = 400\,m$ و قطرهای $D_1 = 200\,mm,\ \ D_2 = 300\,mm,\ \ D_2 = 250\,mm$

آب با لزجت $\nu = 1.00\ \ mm^2 / s$ را با افت هد کل 10 متر حمل میکنند. دبی سیستم و طول لوله معادلی به قطر 300 میلیمتر و زبری 0.2 میلیمتر را با استفاده از رابطه دارسی وایسباخ و هیزن ویلیامز بدست اورید. از رابطه زیگرانج-سیلوستر استفاده کنید.

ضریب هیزن-ویلیامز لوله ها را برابر $C_{HW\,1} = 120\ ,\ C_{HW\,2} = 130,\ \ C_{HW\,3} = 110\,,\ \ C_{HW\,e} = 110$ فرض کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left\{\frac{e}{3.7D} - \frac{5.02}{R_e}\log\left[\frac{e}{3.7D} - \frac{5.02}{R_e}\log\left(\frac{e}{3.7D} + \frac{13}{R_e}\right)\right]\right\}$$

**حل:**

**(الف) تعیین دبی کل سیستم:**

برای اولین لوله

$$\frac{e_1}{D_1} = \frac{0.3}{200} = 0.0015$$

با فرض اولیه $f_1 = 0.02$

$$\frac{0.02 \times 300 \times Q_1^2}{12.1 \times (0.2)^5} = 10$$

| تکرار | $f$ | $R_e$ | $Q_1$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 0.02 | | 0.08033 |
| 2 | 0.02217 | 511400 | 0.07630 |
| 3 | 0.02219 | 485740 | 0.07626 |

به طور مشابه، $Q_2 = 0.2541\ m^3/s$ و $Q_3 = 0.1147\ m^3/s$ . از جمع سه دبی $Q_1$ ، $Q_2$ و $Q_3$ دبی کل مساوی با

$Q = 0.4451\ m^3/s$ می شود .

**(ب) تعیین طول لوله معادل به قطر ۳۰۰ میلیمتر و** $e = 0.2mm$ :

$$\left(\frac{e}{D}\right)_e = \frac{0.2}{300} = 0.000667$$

و $Q = 0.4451\ m^3/s$ ، $(\mathrm{Re})_e = 1{,}889{,}000$ و $f_e = 0.01806$ که نتیجه می شود:

$$L_e = 82.18m$$

**محاسبات با استفاده از فرمول هیزن – ویلیامز:**

**(الف) تعیین دبی کل سیستم:**

$$\frac{10.68 \times 300 \times Q_1^{1.852}}{120^{1.852} \times (0.2)^{4.87}} = 10$$

که نتیجه می دهد $Q_1 = 0.07731\ m^3/s$. به طور مشابه، $Q_2 = 0.2684\ m^3/s$ و $Q_3 = 0.1091\ m^3/s$ .

از جمع سه دبی، دبی کل مساوی با $Q_3 = 0.4548\ m^3/s$ می شود.

**(ب) تعیین طول لوله معادل به قطر ۳۰۰ میلیمتر و** $C_{HW} = 130$ **:**

$$\frac{10.68 \times L_e \times 0.4548^{1.852}}{(130)^{1.852} \times (0.3)^{4.87}} = 10$$

که نتیجه می دهد $L_e = 94.13$

* * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *

**سیستم لوله های موازی با دبی کل معلوم.**

وقتی که فرمول افت هد دارسی – ویسباخ به کار رود، روش سعی و خطای تکراری باید استفاده شود تا دبی و افت هد لوله ها مشخص شوند. مراحل روش محاسبات به اختصار عبارتند از:

**(1)فرض یک عدد مناسب برای $f$ ، به طور مثال 0.02 برای تمام لوله ها**

**۲) استفاده از $f$ فرضی، یافتن $Q_1$ برحسب $Q_2$، $Q_3$ ، ...**

**۳) یافتن $\sum_x Q_x$ و استفاده از $Q$ داده شده برای تعیین $Q_1, Q_2$ ، ...**

**٤) تعیین $R_e$ و $e/D$ و سپس $f$ هر لوله و تکرار مراحل ۲ به بعد**

**٥)اتمام محاسبات وقتی که مقادیر به دست آمده به حد نسبتا" ثابتی برسند.**

**٦)تعیین $Q_1$ ، $Q_2$ ، ... و $h_f$**

**مثال** : سه لوله موازی با زبری $e_1 = 0.3\ mm,\ e_2 = 0.2\ mm, e_3 = 0.4\ mm,$ و طولهای $L_1 = 300\,m,\ L_2 = 250\,m,\ L_3 = 400\,m$ و قطرهای $D_1 = 200\,mm,\ D_2 = 300\,mm,\ D_2 = 250\,mm$ آب با لزجت $\nu = 1.00\ mm^2/s$ را با دبی کل 0.2083 مترمکعب در ثانیه حمل میکنند. دبی هر یک از لوله ها را با استفاده از رابطه دارسی وایسباخ و هیزن ویلیامز بدست اورید. از رابطه زیگرانج-سیلوستر استفاده کنید. ضریب هیزن-ویلیامز لوله معادلی به قطر 300 میلیمتر و طول 250 مترا بدست آورید .

ضریب هیزن-ویلیامز لوله ها را برابر $C_{HW\,1} = 120\ ,\ C_{HW\,2} = 130,\ C_{HW\,3} = 110$ فرض کنید.

حل:

تعین دبی و افت هد هر لوله با استفاده از فرمول دارسی – ویسباخ:

$$h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3}$$

$$Q_e = \sum Q_i$$

با فرض یکسان بودن f برای سه لوله داریم:

$$\frac{300Q_1^2}{(0.2)^5} = \frac{250Q_2^2}{(0.3)^5} = \frac{400Q_3^2}{(0.25)^5}$$

که نتیجه می دهد $Q_2 = 3.019Q_1$ و $Q_3 = 1.513Q_1$

بنابراین: $$Q_1 = \frac{Q_e}{\sum Q_i}$$

$$Q_1 = \frac{0.2083}{1+3.019+1.513} = 0.03765\ m^3/s \qquad Q_2 = 0.11368\ m^3/s \qquad Q_3 = 0.05697\ m^3/s$$

با دبی های بدست آمده و مقدار $e/D$ مربوط به هر لوله نتیجه می شود که $f_1 = 0.02264$ ، $f_2 = 0.01865$ ، $f_3 = 0.02282$

بنابراین: .

$$\frac{0.02264 \times 300Q_1^2}{(0.2)^5} = \frac{0.01865 \times 250Q_2^2}{(0.3)^5} = \frac{0.02282 \times 400Q_3^2}{(0.25)^5}$$

که از آن $Q_2 = 3.326Q_1$ و $Q_3 = 1.507Q_1$ به دست می آید. در نتیجه

| تکرار | $f_1$ | $f_2$ | $f_3$ | $Q_1\ m^3/s$ | $Q_2\ m^3/s$ | $Q_3\ m^3/s$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.02264 | 0.01865 | 0.02282 | 0.03571 | 0.11877 | 0.05382 |
| 2 | 0.02268 | 0.01862 | 0.02286 | 0.035 | 0.1188 | 0.0538 |

این دبی ها نهایی قلمداد می شوند و معیار محاسبه افت هد لوله ها هستند. بنابراین:

$$h_{f_1} = h_{f_2} = h_{f_3} = 2.24m$$

**تعیین دبی و افت هد هر لوله با استفاده از فرمول هیزن – ویلیامز:**

$$\frac{300 \times Q_1^{1.852}}{120^{1.852} \times (0.2)^{4.87}} = \frac{250 \times Q_2^{1.852}}{130^{1.852} \times (0.3)^{4.87}} = \frac{400 \times Q_3^{1.852}}{110^{1.852} \times (0.25)^{4.87}}$$

که از آن $Q_2 = 3.472Q_1$ و $Q_3 = 1.411Q_1$ به دست می آید. در نتیجه $Q_1 = 0.0354\ m^3/s$ ، $Q_2 = 0.1229\ m^3/s$

$Q_3 = 0.0500\ m^3/s$ و $h_f = 2.35$ .

**تعیین $C_{HW}$ لوله معادل به قطر ۳۰۰ میلیمتر و به طول ۲۵۰ متر:**

$$\frac{10.68 \times 250 \times (0.2083)^{1.852}}{C_{HW}^{1.852} \times (0.3)^{4.87}} = 2.35$$

که نتیجه می دهد: $C_{HW} = 220.5$

# پمپ و پمپاژ

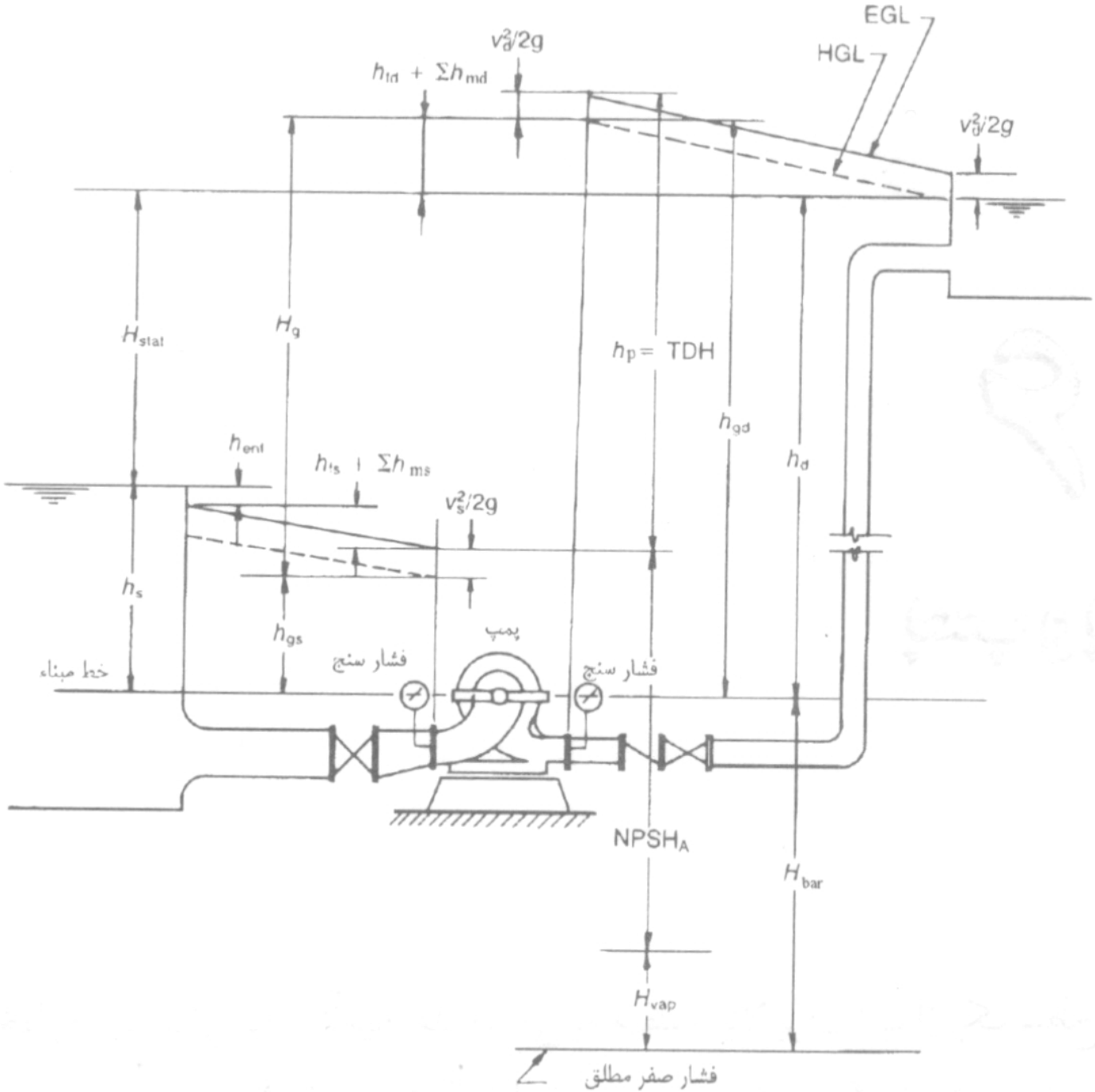
مورد استفاده : تأمین فشار لازم برای بالا بردن آب از سطح پایینتر به تراز بالاتر

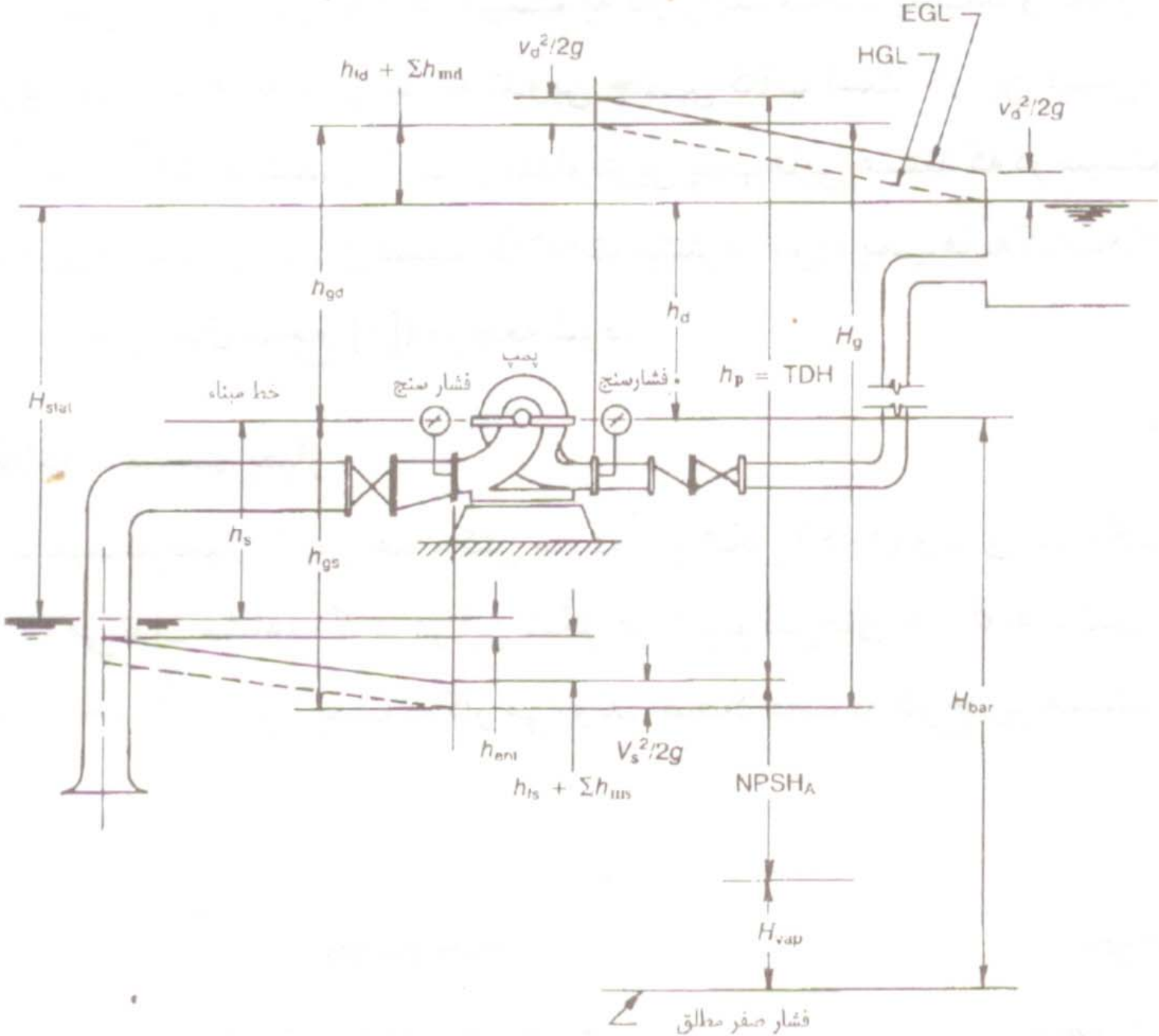
انواع استفاده از پمپ:

۱ - پمپ آبرسانی (supply pumps) : خارج از شبکه برای تأمین آب

۲ – پمپ تقویتی (booster pumps) :برای تأمین فشار در سیستم

پمپ های سانتریفیوژ متداولترین پمپهای مورد استفاده در شبکه های آب و فاضلاب


EGL
HGL
$v_d^2/2g$
$h_{fd} + \Sigma h_{md}$
$v_d^2/2g$
$H_{stat}$
$H_g$
$h_p = TDH$
$h_{gd}$
$h_d$
$h_{ent}$
$h_{fs} + \Sigma h_{ms}$
$v_s^2/2g$
$h_s$
$h_{gs}$
پمپ
فشار سنج
فشار سنج
خط مبناء
$NPSH_A$
$H_{bar}$
$H_{vap}$
فشار صفر مطلق


EGL
HGL
$v_d^2/2g$
$h_{fd} + \Sigma h_{md}$
$v_d^2/2g$
$h_{gd}$
$h_d$
$H_g$
پمپ
فشار سنج
فشارسنج
$h_p$ = TDH
خط مبناء
$H_{stat}$
$h_s$
$h_{gs}$
$H_{bar}$
$h_{em}$
$V_s^2/2g$
$h_{fs} + \Sigma h_{ms}$
$NPSH_A$
$H_{vap}$
فشار صفر مطلق

**اصطلاحات و تعاریف:**

هد مکش استاتیکی($h_s$):

تفاوت بین تراز سطح آب در چاه و تراز قرارگیری پمپ. اگر تراز آب زیر تراز قرارگیری پمپ باشد $h_s$ منفی است

هد رانش استاتیک($h_d$):

تفاوت بین تراز سطح آب در مخزن تخلیه و تراز قرارگیری پمپ است

هداستاتیکی کل $H_{stat}$: تفاوت بین تراز سطح آب در چاه و تراز سطح آب در مخزن تخلیه

$$H_{stat} = h_d - h_s$$

هد مکش مانومتری( $h_{gs}$ ):

ارتفاع ستون آب در لوله فشار سنج نصب شده در محل فلنج مکش پمپ

هد رانش مانومتری( $h_{gd}$ ):

ارتفاع ستون آب در لوله فشار سنج نصب شده در محل فلنج رانش پمپ

هد مانومتری( $H_g$ ):

افزایش هد فشاری ناشی از عملکرد پمپ

$$H_g = h_{gd} - h_{gs}$$

## افت هد اصطکاکی ( $h_{fs}$ و $h_{fd}$ )

افت هد اصطکاکی در لوله مکش( $h_{fs}$ ) و لوله رانش ( $h_{fd}$ )پمپ که از فرمول دارسی وایسباخ یا معادله هیزن- ویلیامز بدست می آید

## افت هدهای فرعی( $h_{ms}$ و $h_{md}$ )

افت هد ناشی از وجود شیرالات و خمها که می توان آنها را با استفاده از ضرایب افت هد فرعی تجهیزات مربوطه محاسبه کرد

هد دینامیکی کل ($h_p$) : هدی که عملکرد پمپ ایجاد می کند

$$h_p = h_{gd} + \frac{v_d^2}{2g} - (h_{gs} + \frac{v_s^2}{2g})$$

که در آن

$$h_{gd} = h_d + h_{fd} + \sum h_{md}$$

$$h_{gs} = h_s - h_{fs} - \sum h_{ms} - \frac{v_s^2}{2g}$$

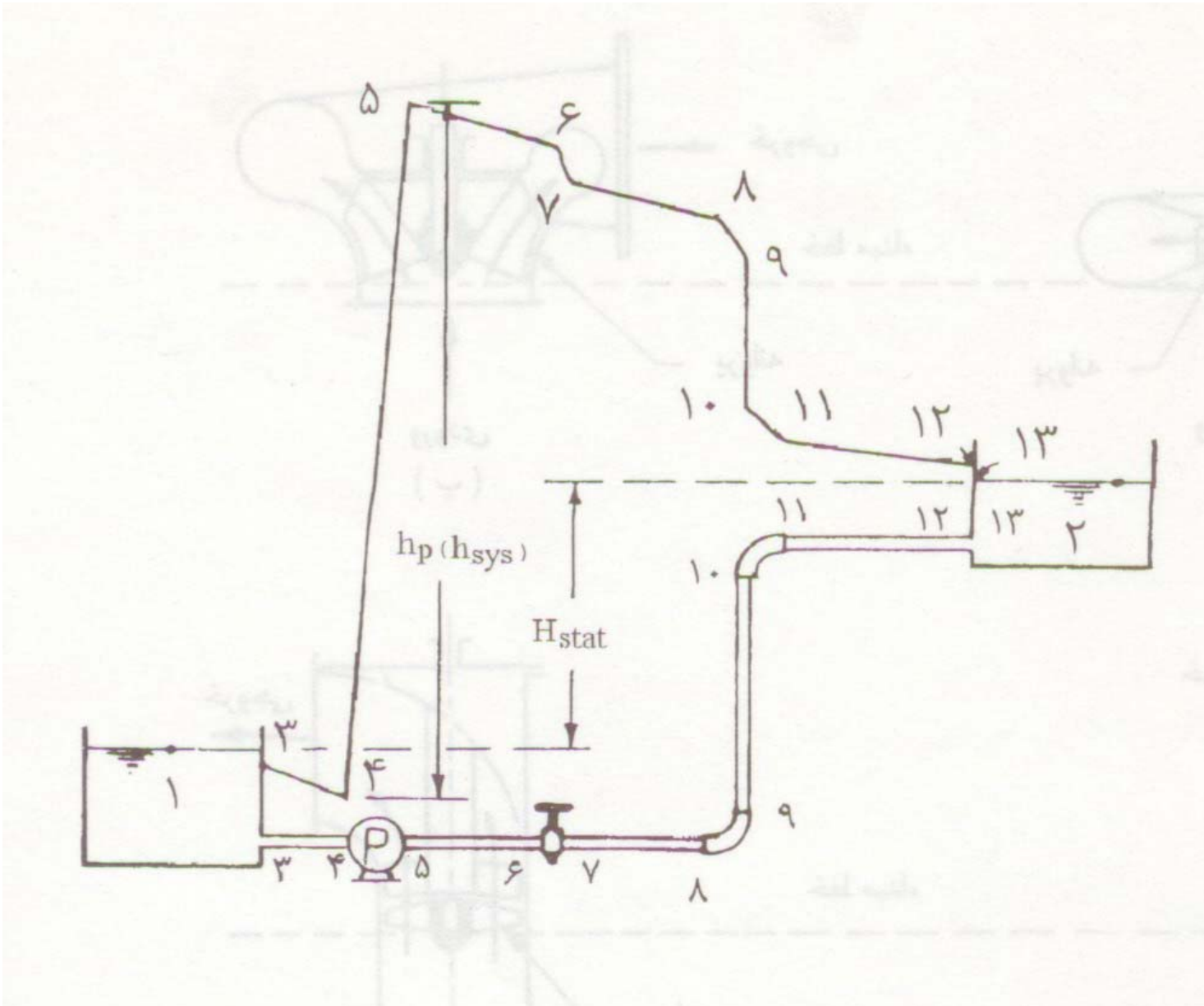
با جایگزینی داریم

$$h_p = H_{stat} + h_{fs} + h_{fd} + \sum h_{ms} + \sum h_{md} + \frac{v_d^2}{2g}$$

$$h_p = H_{stat} + \frac{v_d^2}{2g} + h_L$$

$h_L$ معرف افت هد در کل سیستم است

# هد سیستم پمپاژ



معادله برنولی در نقاط ۱ و ۲:

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}+h_{sys}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+h_f+\sum h_m$$

$h_{sys}$: هد سیستم پمپاژ

با توجه به یکسانی فشار $p_1$ و $p_2$ (فشار جو) و ناچیز بودن هد های سرعت

$$h_{sys} = (z_2 - z_1) + h_f + \sum h_m$$

$$h_{sys} = H_{stat} + h_L$$

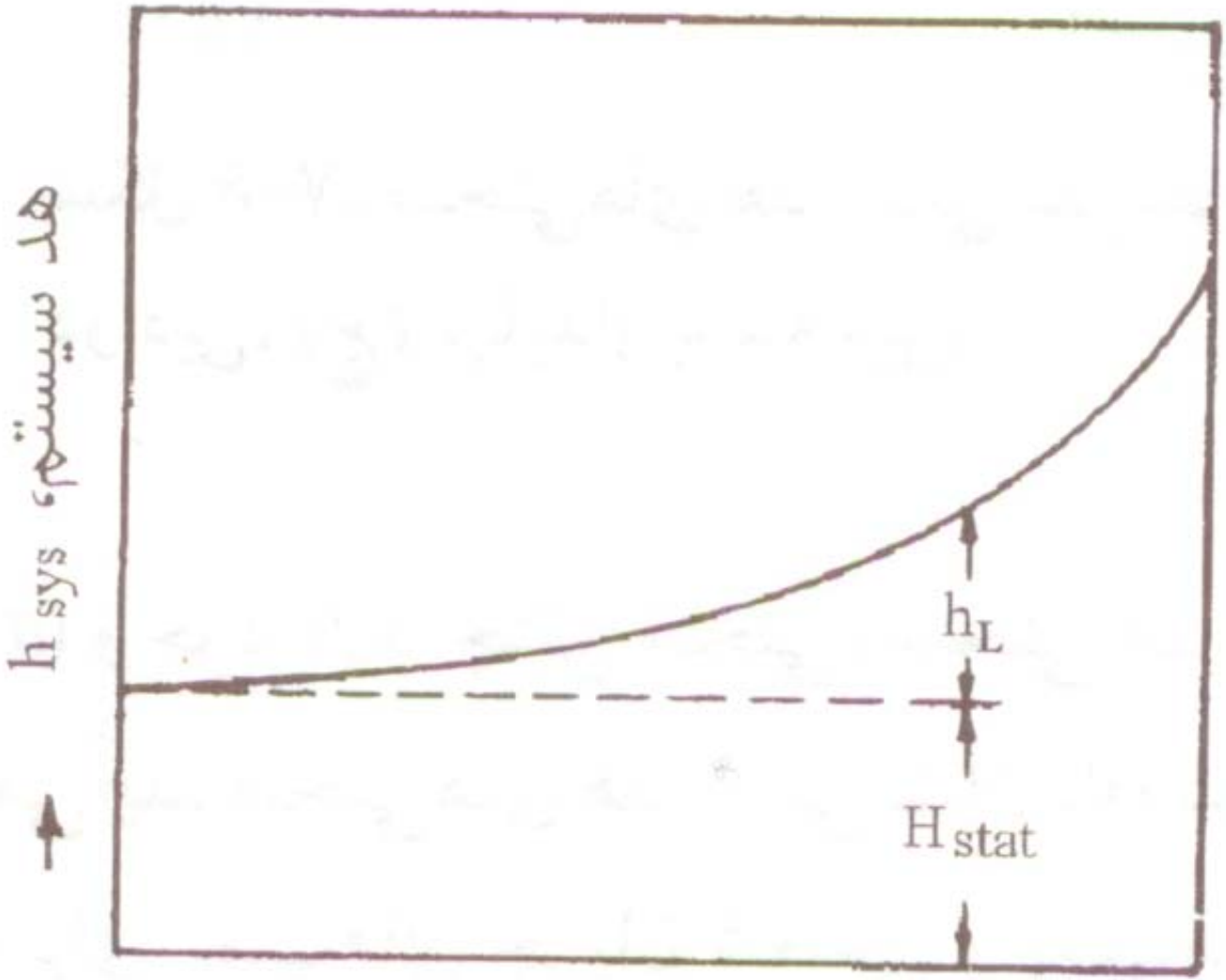
هد خالص پمپ $h_p$ بایستی بزرگتر یا مساوی $h_{sys}$ باشد تا عمل پمپاژ صورت گیرد.

منحنی هد – دبی سیستم: با فرض ثابت بودن سطح آب در دو مخزن هد استاتیکی کل ثابت است.

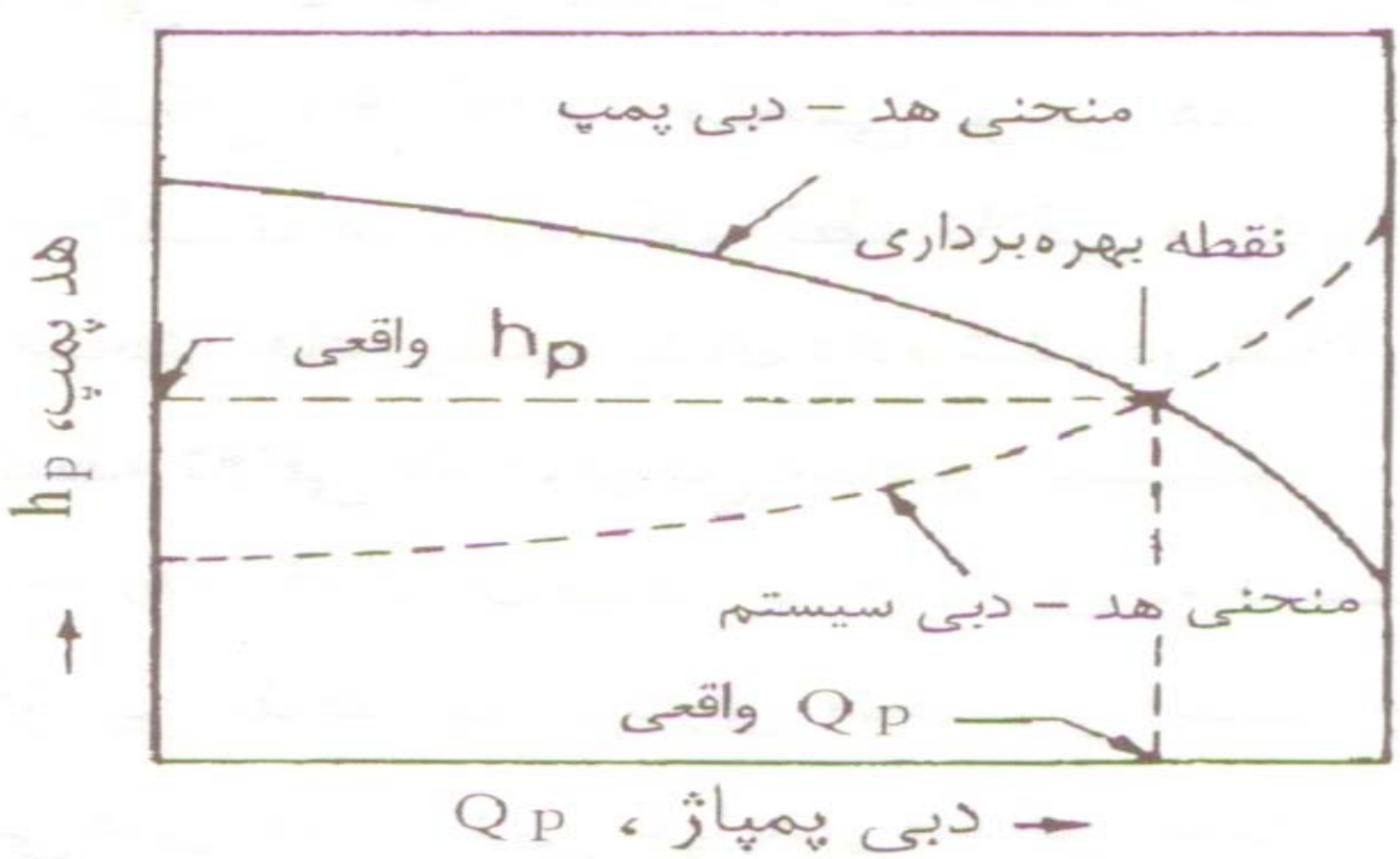
ولی افت هد در سیستم تابعی از دبی پمپاژ است.
بنابراین

$$h_{sys} = H_{stat} + f(Q_p)$$

منحنی هد – دبی سیستم: تغییرات هد سیستم به دبی پمپاژ است.



منحنی هد – دبی پمپ: بازای سرعت دورانی ثابت پمپ، برای هر پمپ رابطه ای منحصر بفرد بین هد دینامیکی کل و دبی پمپاژ وجود دارد.



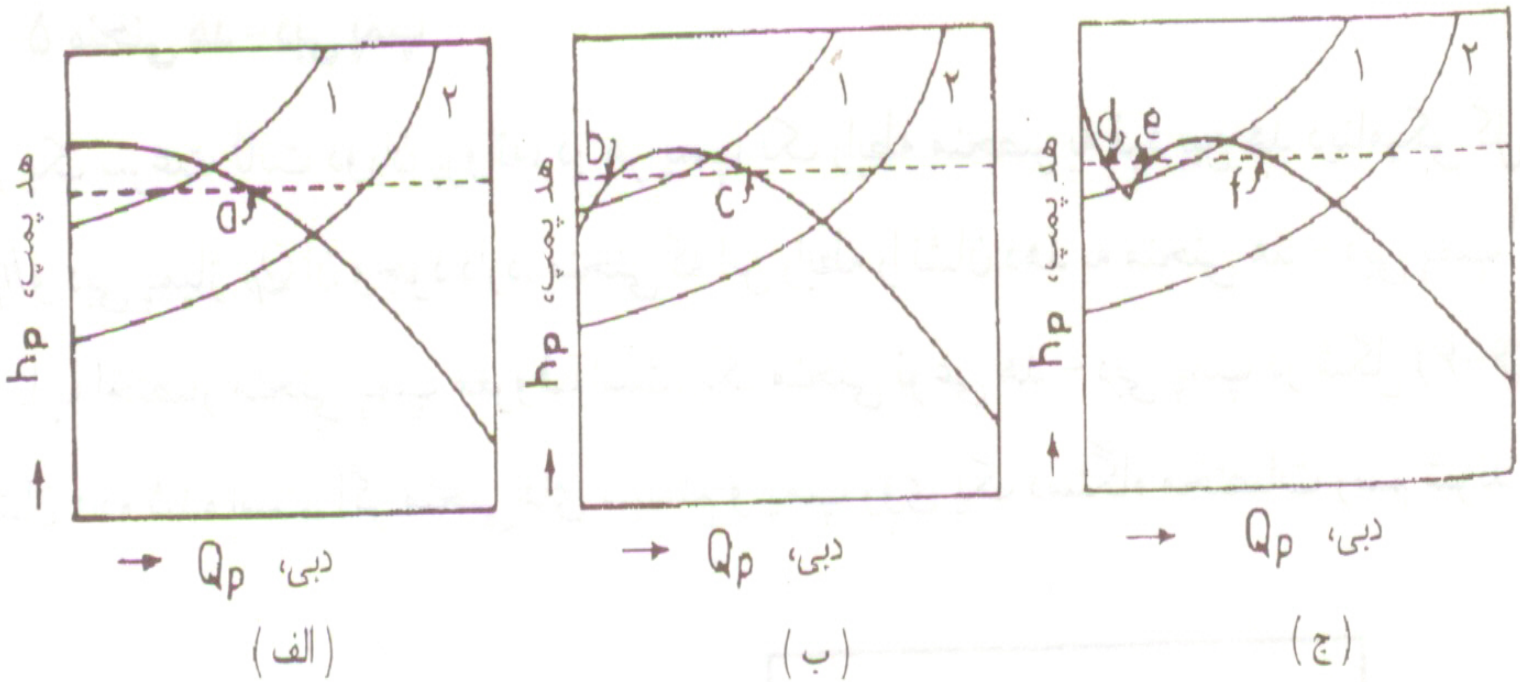
محل تلاقی منحنی های دبی در هد سیستم و پمپ بنام نقطه بهره برداری خوانده میشود که در آن

$$h_p = h_{sys}$$

انواع منحنی های هد - دبی پمپ:

پایدار: بازای هر هد تنها یک دبی پمپاژ

ناپایدار: بازای هر هد چند دبی پمپاژ



روابط هد-دبی پمپ: در حالت کلی رابطه ای پیچیده است.

با پردازش چند جمله ای از درجه فرضی به تعدادی از نقاط منحنی هد – دبی در دامنه بهره برداری بدست می آیند.

چند جمله ای مرتبه دوم : متداولترین رابطه

$$h_p = AQ_p^2 + BQ_p + H_0$$

با هدف استفاده در محاسبات تحلیل شبکه

$$h_p = AG_p^2 + (H_0 - \frac{B^2}{4A})$$

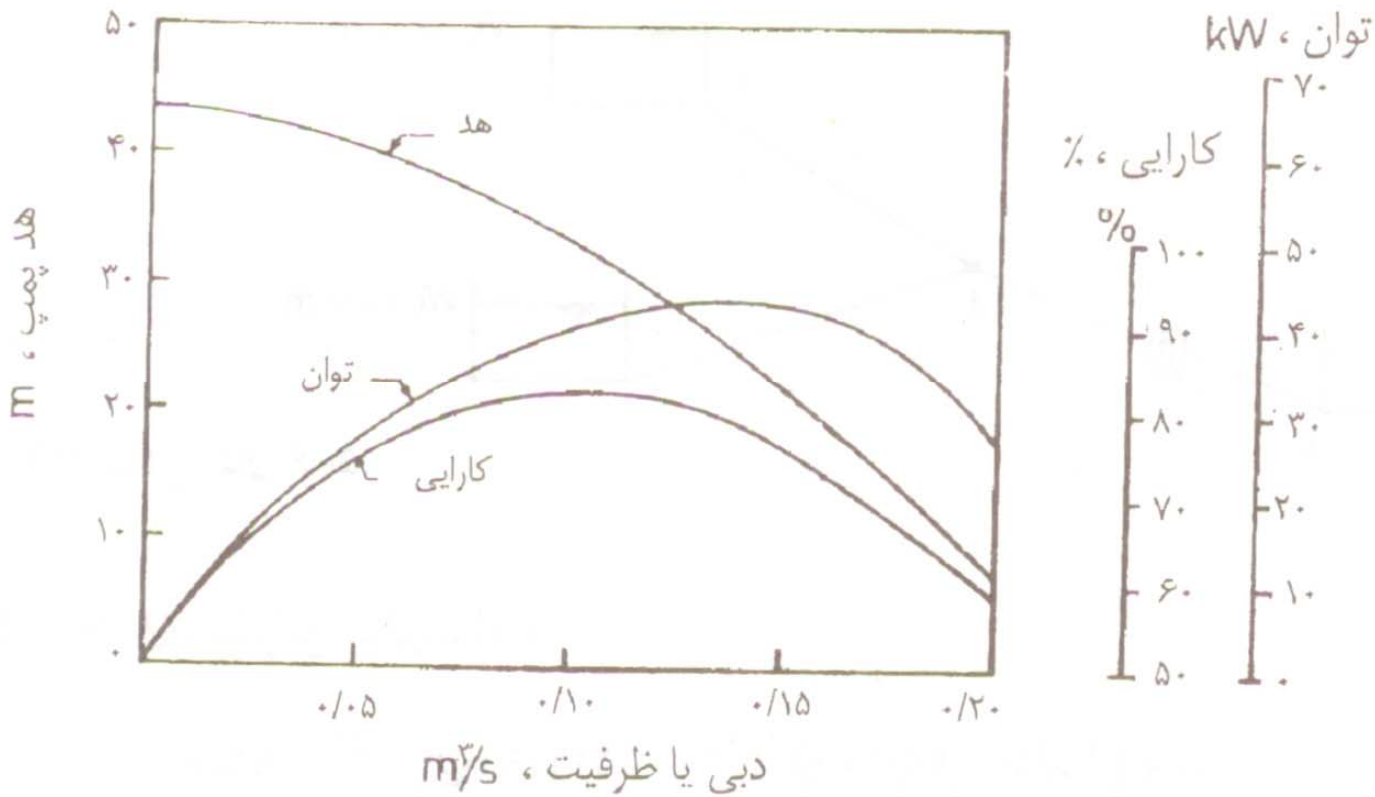
$$G_p = Q_p + \frac{B}{2A}$$

رابطه نمایی:

$$h_p = H_0 - RQ_p^n$$

$H_0$ : هد قطع جریان  R : ثابت مقاومت

منحنی های مشخصه پمپ: منحنی هایی که تغییرات هد(H)، توان (P) و کارآیی( $\eta$ ) را بر حسب دبی Q نشان می دهند.



توان و کارایی پمپ :

توان خروجی (توان مفید) پمپ توانی است که پمپ به آب می دهد

$$P = \gamma Q h_p$$

P: توان برحسب کیلو وات

$\gamma$: وزن مخصوص سیال برحسب کیلو نیوتن بر متر مکعب

Q: دبی بر حسب متر مکعب در ثانیه

$h_p$: هد دینامیکی برحسب متر

کارآیی پمپ: نسبت توان خروجی به توان مصرفی (توان ورودی) پمپ است

$$\eta = \frac{P}{P_b} = \frac{\gamma Q h_p}{P_b}$$

کارآیی پمپها به دلیل سه نوع افت انرژی همواره کوچکتر از یک است

$$0.2 \leq \eta \leq 0.85$$

افت حجمی: نشت در فضاهای آزاد بین رینگها در بدنه پمپ و اعضای چرخان

افت هیدرولیکی: افت های اصطکاکی و گردابی

افت مکانیکی: اصطکاک مکانیکی در یاتاقانها، کاسه نمدها و سایر نقاط تماس

## قوانین تشابه در پمپها:

امکان محاسبه هد، دبی و توان پمپ در سرعتهای متفاوت و قطرهای متفاوت پروانه با استفاده از منحنی های مشخصه پمپ در سرعت مشخص

تشابه سینماتیکی: یکسانی میدان سرعت در مدل و نمونه اصلی

تشابه دینامیکی: یکسانی عدد رینولوز در مدل و نمونه اصلی

برقراری همزمان تشابه دینامیکی و سینماتیکی عملا" ناممکن است. با توجه به هموار بودن جریان در پمپها، اثرات لزجی از اهمیت کمتری برخوردار است و لذا در پمپهای مشابه اصل بر برقراری تشابه سینماتیکی است.

تشابه سینماتیکی در پمپهای سانتریفیوژ: باید کمیتهای بدون بعد زیر ثابت باشند

$$C_Q = \frac{Q}{nD^3}$$

$$C_H = \frac{gh_p}{n^2D^2}$$

$$C_Q = \frac{P}{\rho n^3 D^5}$$

$C_Q$ = ضریب دبی

$C_H$ = ضریب هد

$C_P$ = ضریب توان

n : سرعت دوران $(rad/s)$

D : قطر پروانه (m)

Q : دبی $(m^3/s)$

$h_p$ : هد (m)

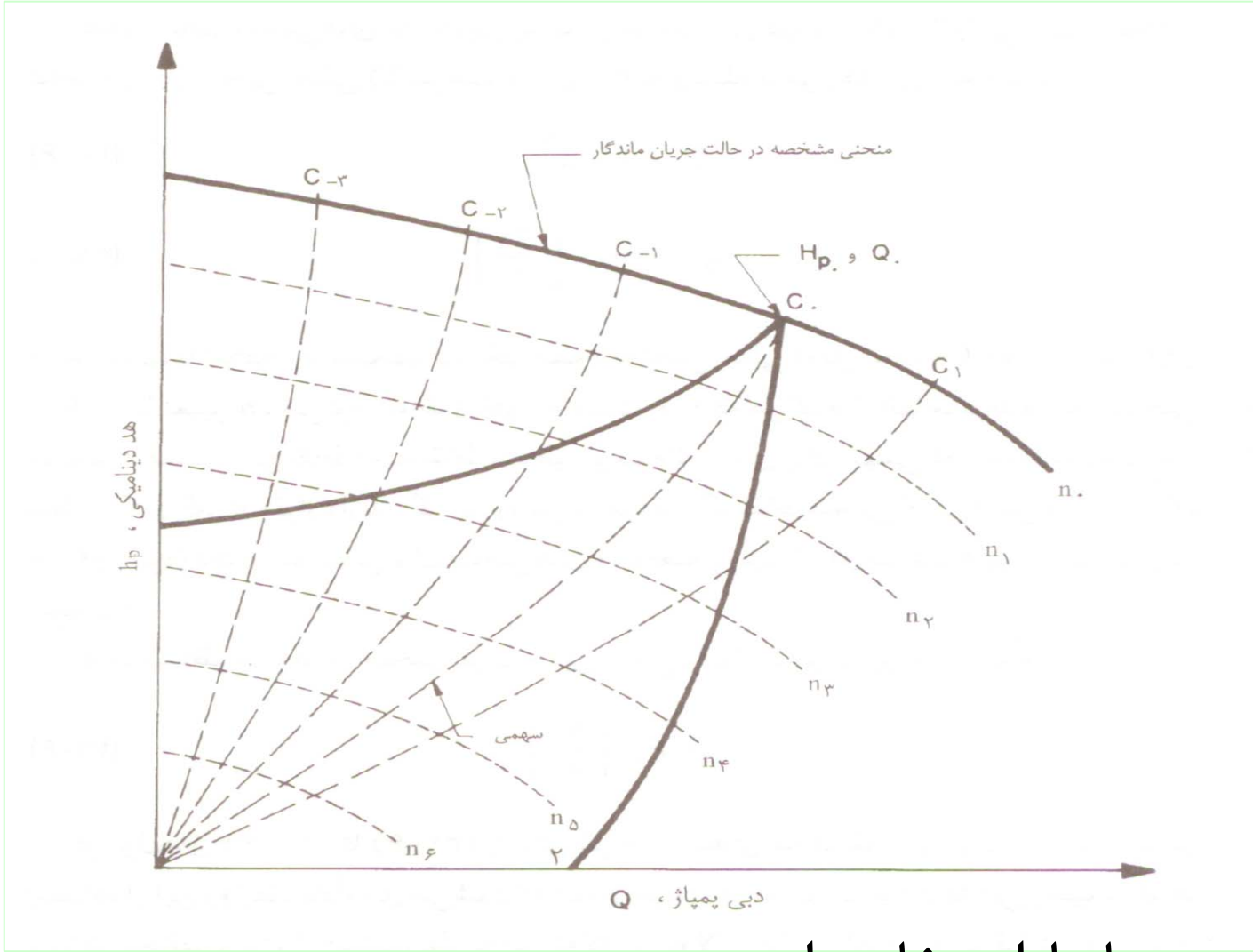
P : توان (kw)

$\rho$ : چگالی $(kg/m^3)$

از این روابط می توان برای محاسبه نقاط متناظر منحنی های مشخصه پمپهای با سرعت دوران و قطر پروانه متفاوت استفاده کرد.

پمپ با سرعتهای دوران متفاوت: در شرایط استفاده از یک پمپ در سرعت دورانهای مختلف، قطر ثابت است و لذا

$$\frac{P}{n^3} = cte \qquad \frac{h_p}{n^2} = cte \qquad \frac{Q}{n} = cte$$




این منحنی ها با استفاده از منحنی هد- دبی در سرعت دوران $n_0$ بدست آمده اند. پیش فرض استفاده از این روابط یکسان بودن کارایی پمپ در نقاط متناظر بهره برداری است.

پمپ با قطرهای پروانه متفاوت: در صورت ثابت بودن سرعت دوران

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3$$

$$\frac{h_{p_1}}{h_{p_2}} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5$$

از آنجاکه سطح خروج جریان تابعی از قطر پروانه است لذا برای فراهم آوردن امکان استفاده از این روابط باید اثر سطح جریان را که متناسب با $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2$ است از روابط فوق حذف کرد.

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right) \qquad \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3$$

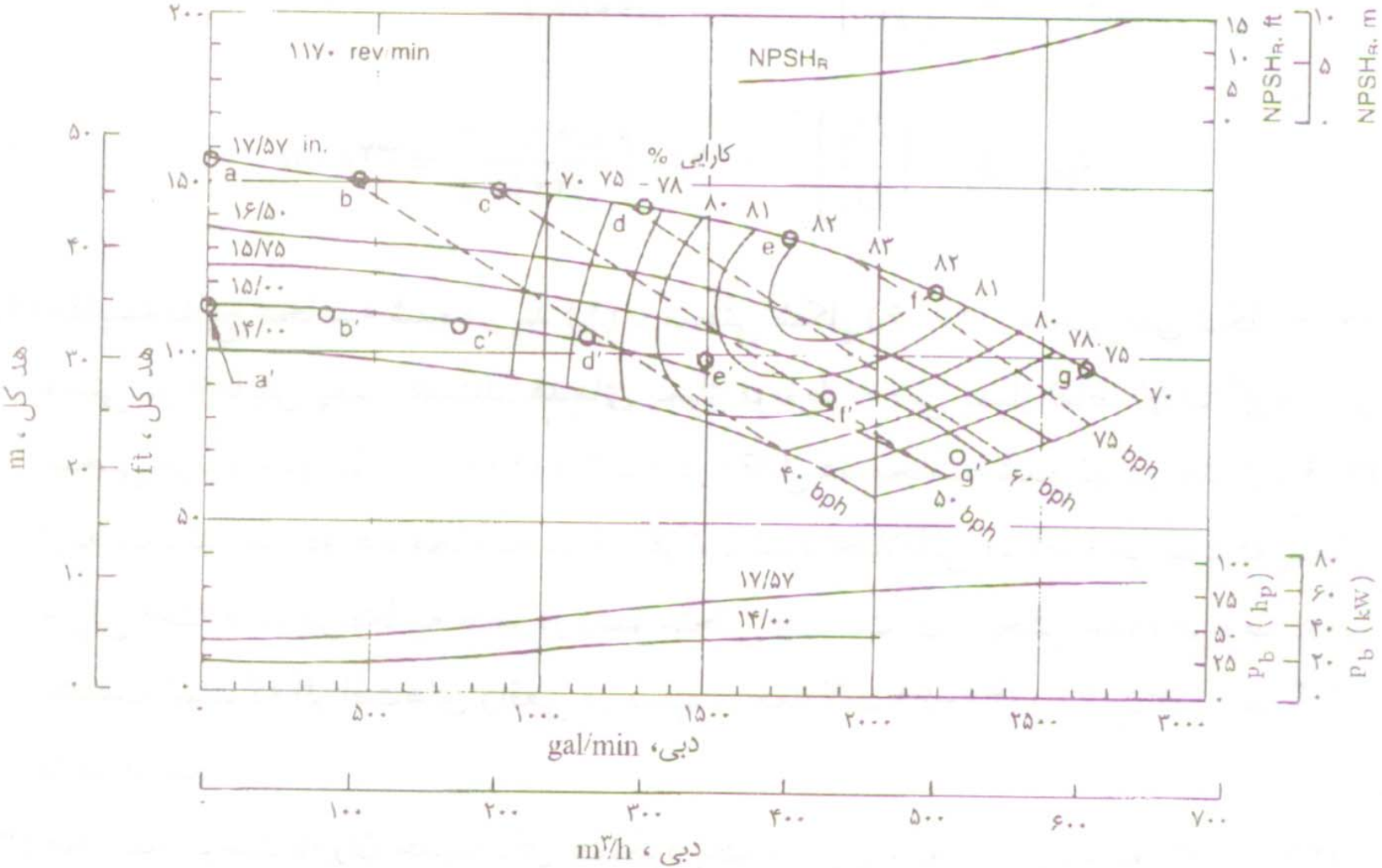
مثال:

داده های آزمایش پمپاژ برای پمپی با $D = 17.57 inch$ و $n_0 = 1170$ دور در دقیقه در جدول زیر نشان داده شده است.

۱ - مختصات نقاط متناظر با نقاط a تا g بازای D=15 inch بدست آورید.

۲ – نتایج را با شکل اسلاید بعدی که مبتنی بر آزمایش است مقایسه کنید.

۳- برای اینکه عملکرد پروانه جدید برابر پروانه قبلی باشد، سرعت دوران چقدر باید باشد.


۱۱۷۰ rev/min
NPSHR
۱۷/۵۷ in.
۱۶/۵۰
۱۵/۷۵
۱۵/۰۰
۱۴/۰۰
کارایی %
۷۰ ۷۵ ۷۸ ۸۰ ۸۱ ۸۲ ۸۳ ۸۲ ۸۱ ۸۰ ۷۸ ۷۵ ۷۰
۴۰ bph
۵۰ bph
۶۰ bph
۷۵ bph
۱۷/۵۷
۱۴/۰۰
هد کل، m
هد کل، ft
NPSHR, ft
NPSHR, m
Pb (hp)
Pb (kW)
دبی، gal/min
دبی، m³/h

هد، $m$

| نقطه | دبی، $m^3/h$ | محاسبه شده | قرائت شده از منحنی |
|---|---|---|---|
| $a'$ | ۰ | ۳۴/۴ | ۳۴/۴ |
| $b'$ | ۸۵ | ۳۳/۸ | ۳۴/۴ |
| $c'$ | ۱۷۱ | ۳۲/۹ | ۳۳/۲ |
| $d'$ | ۲۵۶ | ۳۲/۰ | ۳۱/۷ |
| $e'$ | ۳۴۱ | ۲۹/۹ | ۲۹/۰ |
| $f'$ | ۴۲۷ | ۲۶/۵ | ۲۴/۷ |
| $g'$ | ۵۱۲ | ۲۱/۳ | – |

برای عملکرد یکسان

$$\frac{h_{p_1}}{h_{p_2}} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2$$

$$n_2 = n_1 \sqrt{\frac{h_{p_1}}{h_{p_2}}} = 1170 \sqrt{\frac{47.6}{3.4}} = 1376 \; rer/\min$$

# سرعت مخصوص:

بهره برداری از پمپهای سانتریفیوژ باید در نقطه حداکثر کارایی صورت گیرد. حداکثر کارایی پمپهای سانتریفیوژ تابعی از نوع پمپ (جریان شعاعی، محوری یا مختلط)، اندازه پمپ، دبی پمپاژ و هد دینامیکی آن بستگی دارد.

در حالت کلی

پمپ جریان شعاعی در دبی کم و هد بالا

پمپ جریان محوری برای دبی زیاد و هد کم

پمپ جریان مختلط برای دبی و هد متوسط

بیشترین کارایی را دارند.

کارایی پمپها با افزایش اندازه آنها نیز بیشتر میشود چرا که اثر افتهای اصطکاکی و حجمی کمتر میشود.

در اکثر موارد دبی و هد پمپاژسیستم معلوم اند و مهندس طراح باید اندازه و نوع پمپ را جهت حداکثر کارایی تعیین کند.

بدین منظور از ضریب بی بعدی که دربرگیرنده دبی، هد، سرعت دوران و مستقل از اندازه پمپ باشد استفاده کرد.

$$C_Q = \frac{Q}{nD^3}$$

$$C_H = \frac{gh_p}{n^2 D^2}$$

با حذف D داریم

$$n_s' = \frac{C_Q^{1/2}}{C_H^{3/4}} = \frac{nQ^{1/2}}{(gh_p)^{3/4}}$$

$n_s'$ بنام سرعت مخصوص با عدد نوع خوانده میشود

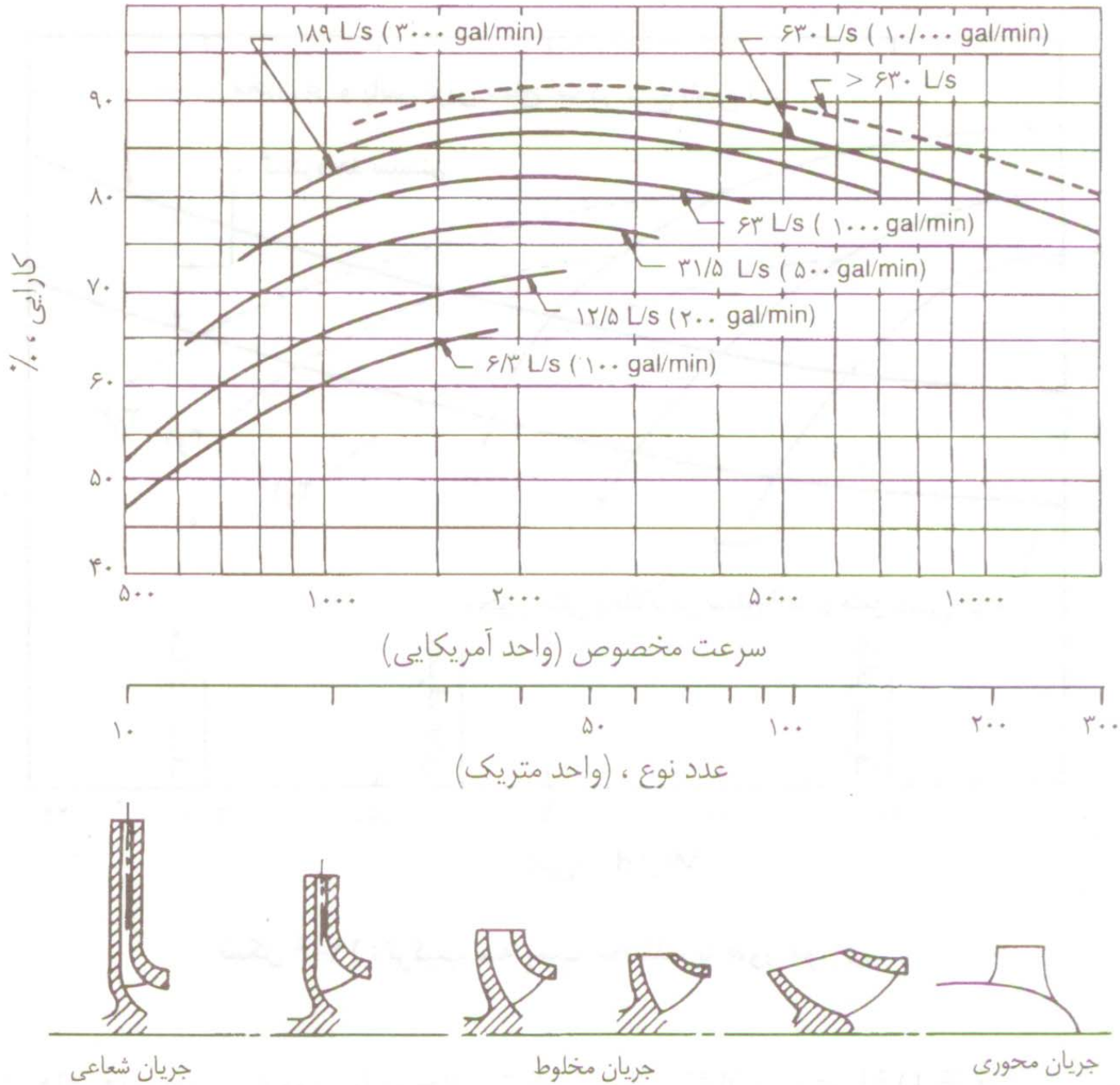
در آمریکا از ضریب بعددار زیر برای تعریف سرعت مخصوص استفاده میشود.

$$n_s = \frac{nQ^{1/2}}{h_p^{3/4}}$$

در حالت کلی برای $n_s$ کم،

پمپ جریان شعاعی، $n_s$ زیاد

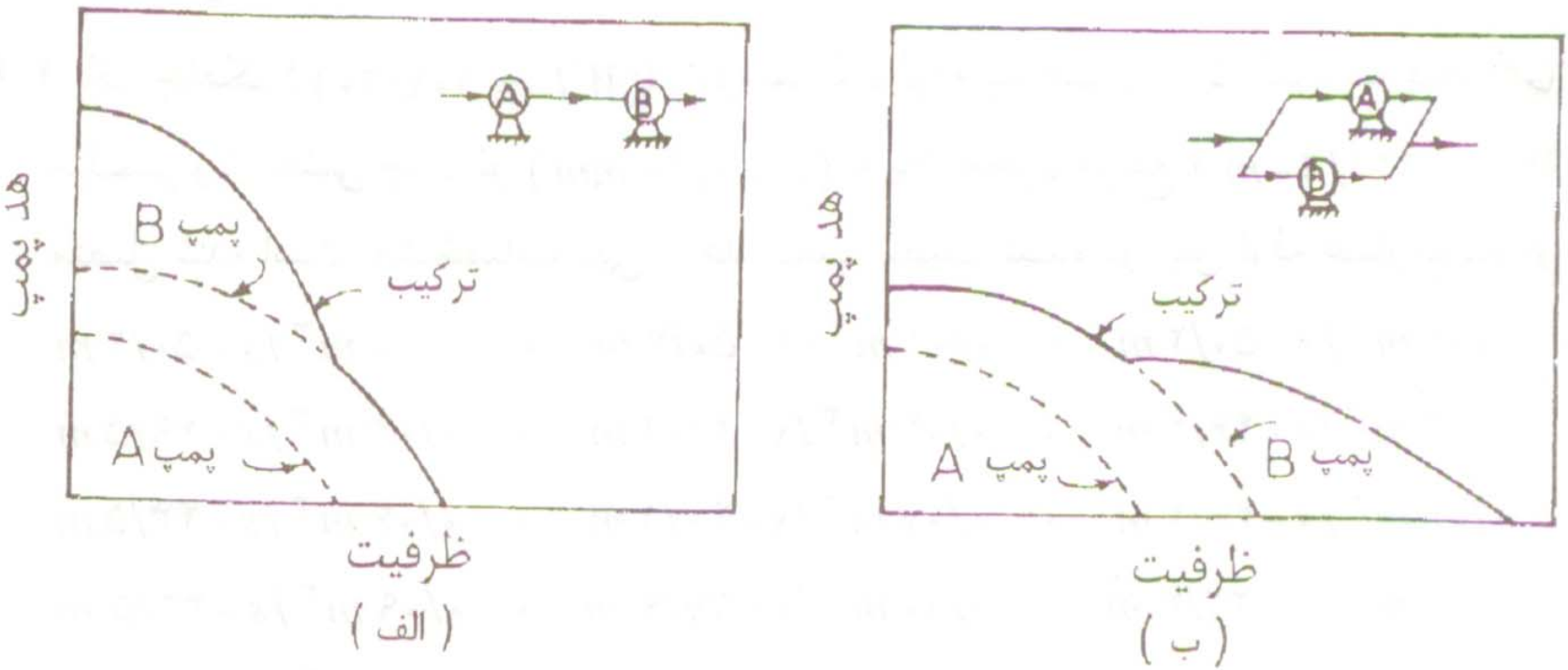
پمپ جریان محوری مناسب تر است.


۱۸۹ L/s ( ۳۰۰۰ gal/min)
۶۳۰ L/s ( ۱۰/۰۰۰ gal/min)
> ۶۳۰ L/s
۶۳ L/s ( ۱۰۰۰ gal/min)
۳۱/۵ L/s ( ۵۰۰ gal/min)
۱۲/۵ L/s ( ۲۰۰ gal/min)
۶/۳ L/s ( ۱۰۰ gal/min)
کارایی ، ٪
۹۰
۸۰
۷۰
۶۰
۵۰
۴۰
۵۰۰
۱۰۰۰
۲۰۰۰
۵۰۰۰
۱۰۰۰۰
سرعت مخصوص (واحد آمریکایی)
۱۰
۵۰
۱۰۰
۲۰۰
۳۰۰
عدد نوع ، (واحد متریک)
جریان شعاعی
جریان مخلوط
جریان محوری

ترکیب پمپها: پمپها را می توان بصورت سری، موازی با یکدیگر ترکیب کرد.

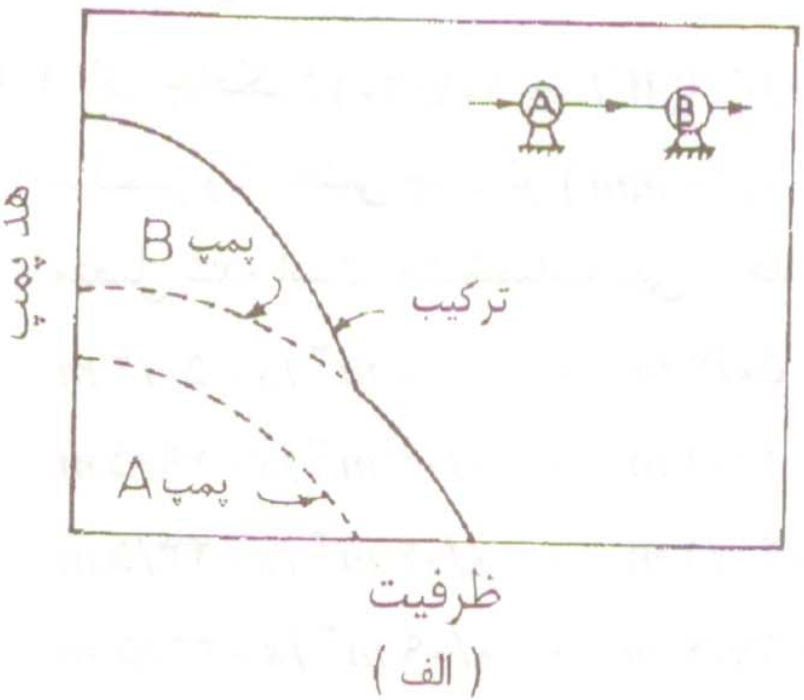
در سیستم سری، دبی پمپاژ ثابت و هد پمپاژ با یکدیگر جمع می شوند.

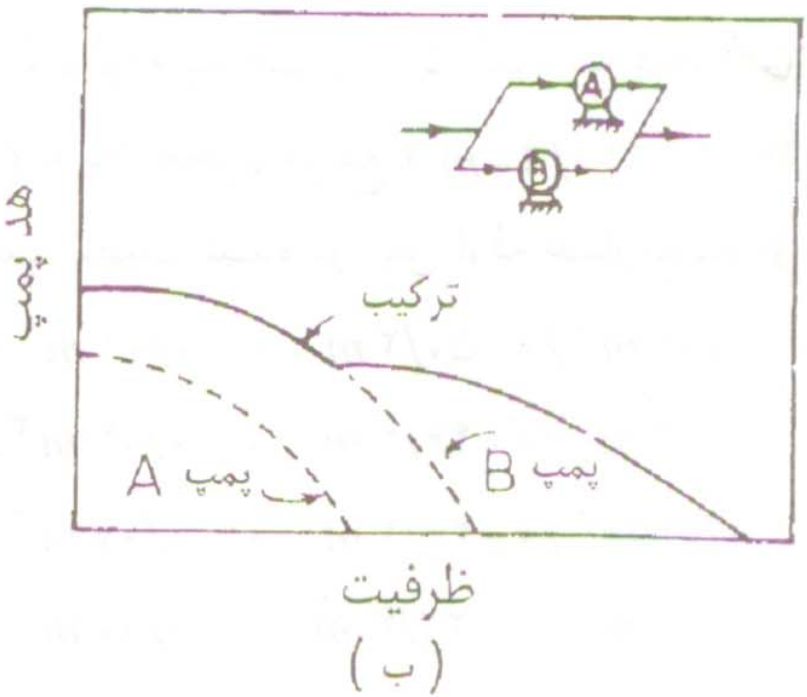
از ترکیب سری پمپها برای آبرسانی ساختمانهای مرتفع استفاده می شود. در این حالت با نصب پمپهای تقویتی در طبقات میانی فشار لازم در همه طبقات تأمین شده و فشار زیادی روی لوله ها و پمپهای طبقات پایین اعمال نخواهد شد.

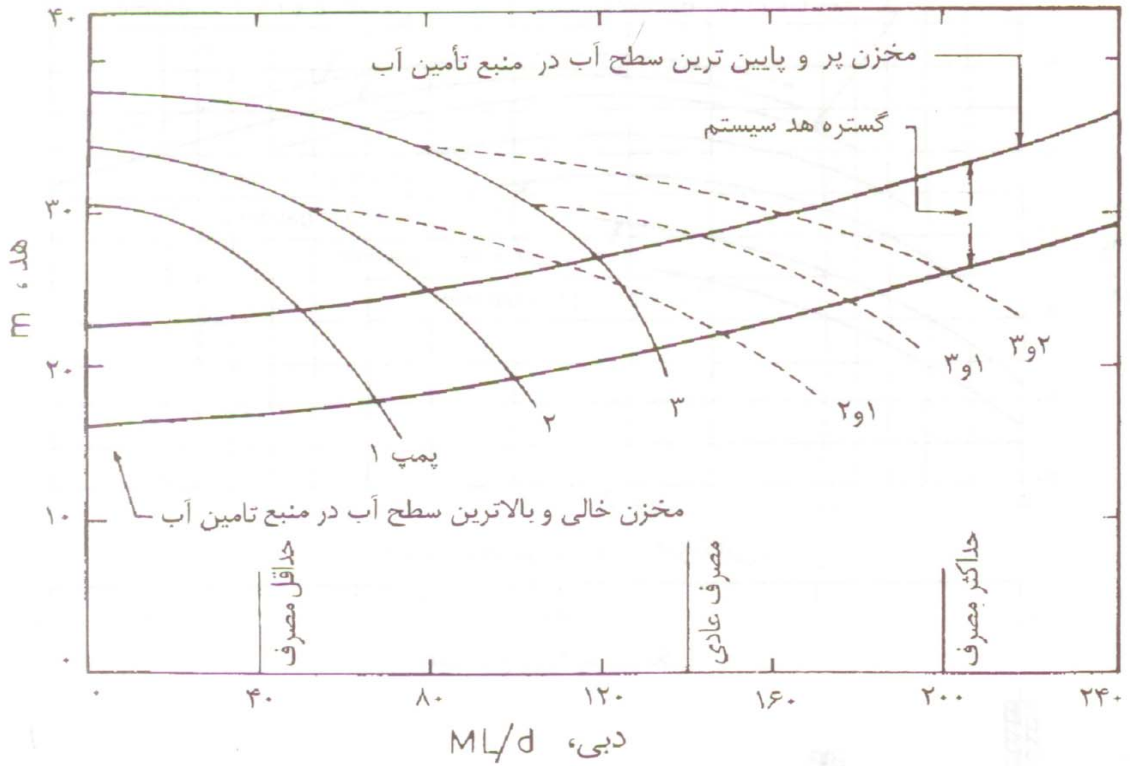


ترکیب موازی پمپها:

۱- در دبیهای بالا






۲- در شرایط تغییر دبی پمپاژ(از حداقل تا حداکثر مصرف) و تغییر هد پمپاژ (از بالاترین سطح منبع تامین آب و مخزن سرویس خالی تا پایین ترین سطح منبع آب و مخزن سرویس پر)

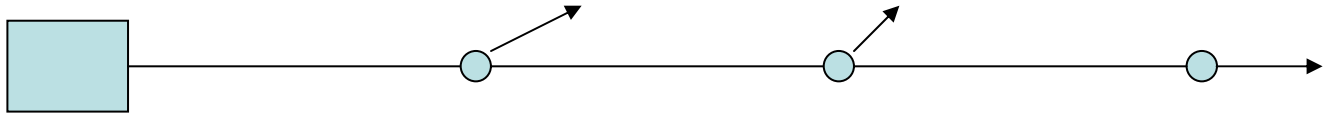
در این حالت می توان از ترکیبهای مناسب با حداکثر کارایی در حالات مختلف بهره برداری کرد.

- **تحلیل شبکه های توزیع آب:**
- المانهای هیدرولیکی شبکه:
- 1) لوله:قسمتی از شبکه یا مجرای حرکت آب با دبی و قطر ثابت که هیچ شاخه ای از آن منشعب نشده باشد.
- 2)گره: نقاط تلاقی لوله ها و یا نقاط شروع و انتهای لوله ها
- 3)حلقه:**(Loop)** مسیر بسته‌ای است که چنانچه آب از یک گره آن شروع به حرکت نماید و از تمامی گره ها و لوله های آن تنها یکبار عبور نماید و مجددا به همان گره بازگردد.
- انواع لوله ها:
- لوله های جریان رسان : لوله ای که جریان را به گره وارد می کند
- لوله های توزیع : لوله ای که جریان از طریق آن از گره خارج می‌شود

- انواع گره ها:
- گره های چشمه :گره است که صرفا جریان را از خارج شبکه دریافت می کند و بین لوله های توزیع تقسیم می کند.
- گره های مصرف: گره ای است که جریان را از یک یا چند لوله جریان رسان دریافت و بین چند لوله توزیع و یا خارج شبکه تقسیم می کند.
- گره های چاه:گره ای است که جریان را از یک یا چند لوله جریان رسان دریافت و صرفا به خارج شبکه توزیع می کند

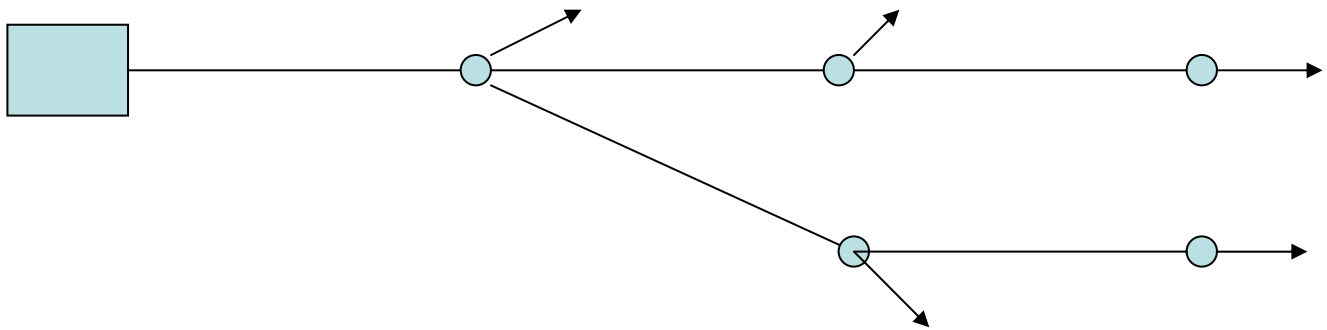
- انواع حلقه ها:
- 1)حلقه مستقل:حلقه ای که شامل هیچ حلقه دیگری نباشد
- 2)حلقه فراگیر:حلقه ای که حداقل شامل یک حلقه مستقل باشد.
- 3)حلقه مجازی:حلقه ای که حداقل یکی از لوله های آن وجود خارجی نداشته باشد.
- انواع شبکه ها از نظر گروه لوله ها:
- شبکه سریالی
- شبکه شاخه ای
- شبکه حلقوی
- شبکه ترکیبی

- خصوصیات شبکه سریال:



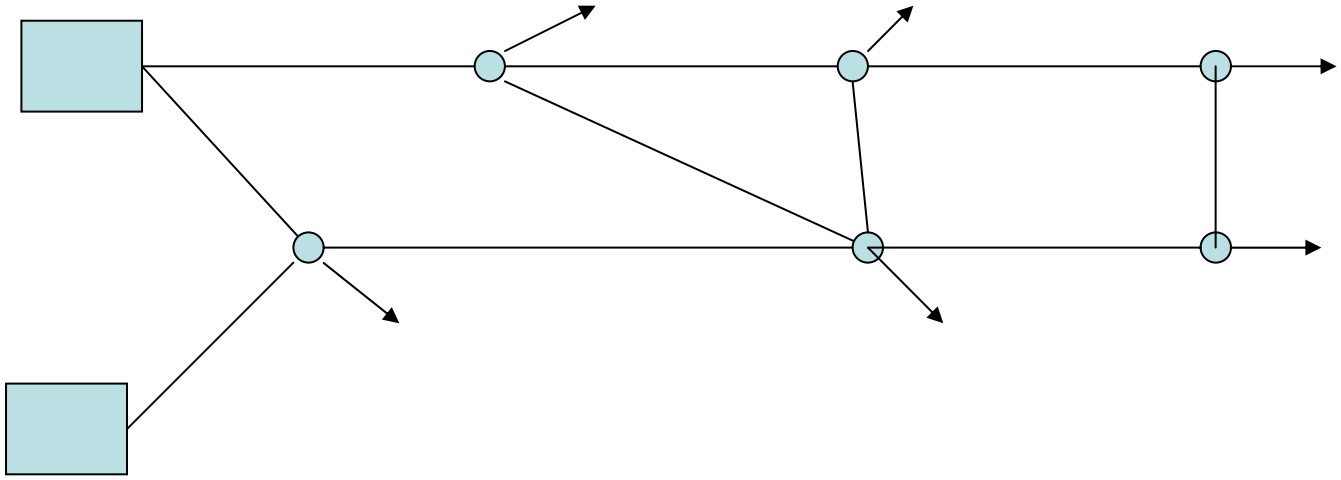
- فاقد حلقه و شاخه است
- دارای یک چشمه و یک چاه خواهد بود
- جهت جریان از بالا دست (چشمه) به سمت چاه معلوم خواهد بود
- اولین لوله از گره چشمه شروع و آخرین لوله به گره چاه ختم می‌شود
- به هر گره مصرف صرفا دو لوله شامل یک لوله جریان رسان و یک لوله توزیع متصل است

- خصوصیات شبکه شاخه ای:



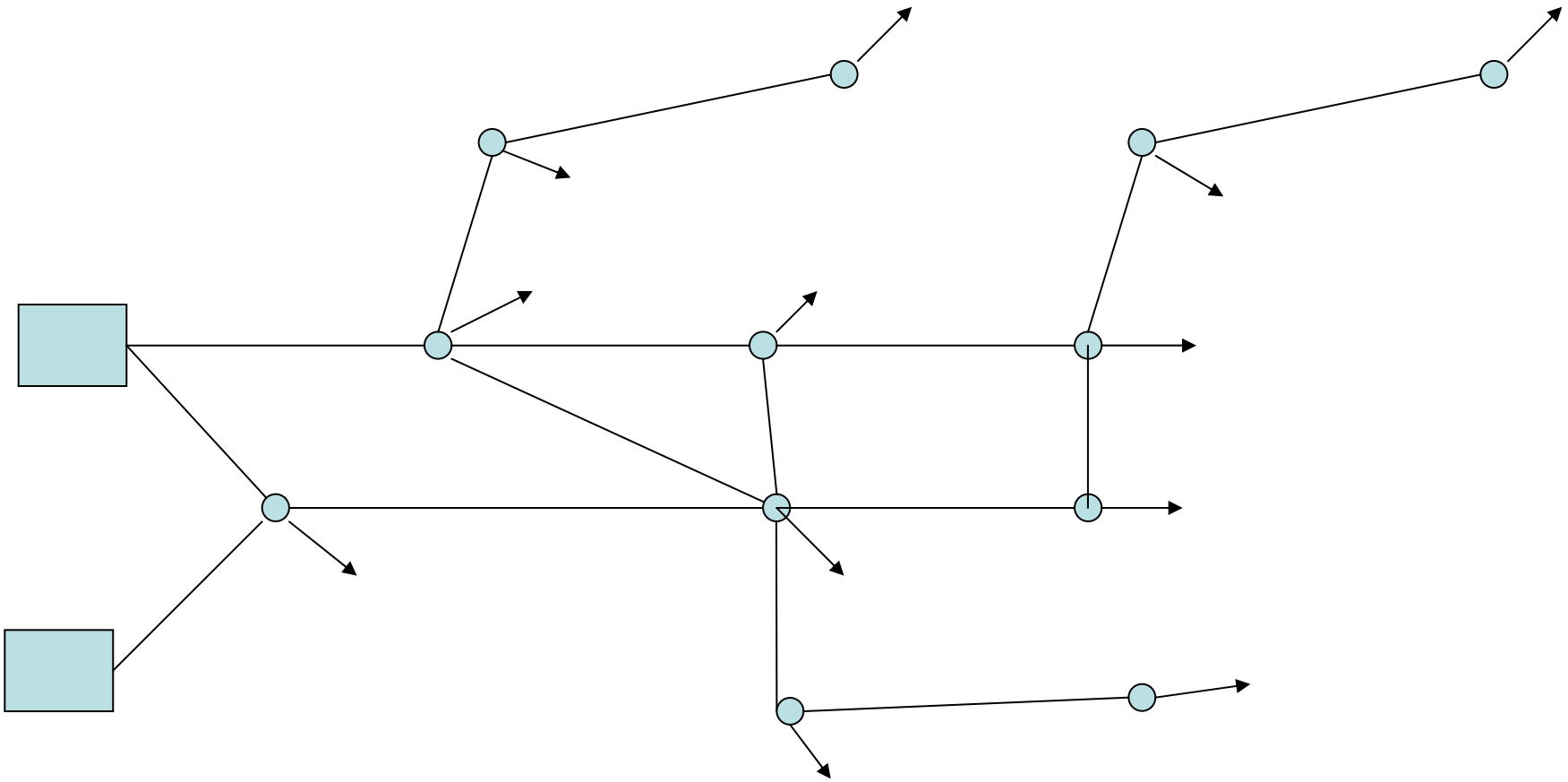
- شبکه حاصل از بهم پیوستن چندین شبکه سریال می باشد
- دارای حداقل یک گره چشمه و چندین گره چاه خواهد بود
- مسیر حرکت جریان در لوله ها از بالادست از گره چشمه به سمت پایین دست (گره های چاه) معلوم است
- در بالادست هر گره مصرف یک لوله جریان رسان قرار دارد که جریان از طریق آن به چندین لوله توزیع و خارج شبکه هدایت می شود

- خصوصیات شبکه حلقوی:



- شبکه های شامل حداقل یک حلقه مستقل می باشند
- می توانند یک یا چند چشمه ای باشند
- جهت جریان از قبل معلوم نیست
- تغییر شرایط مصرف در گره ها ممکن است جهت جریان در لوله  را تغییر دهد

- شبکه ترکیبی :
- ترکیبی است از شبکه حلقوی و شاخه ای



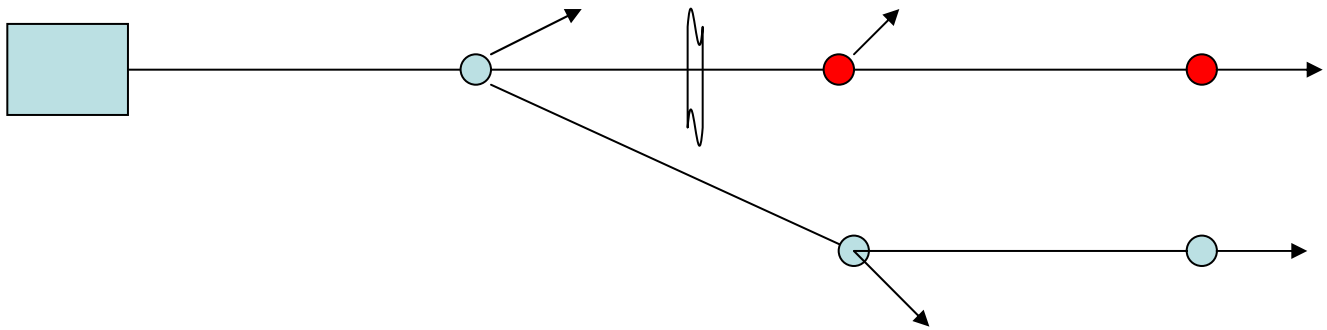
- مزایا و معایب شبکه شاخه ای:

مزایا:

- دارای محاسبات هیدرولیکی ساده تری است
- هزینه کمتر به لحاظ طول لوله ها و ...

معایب:

- اطمینان پذیری شبکه در تامین نیازهای اضطراری و مواقع خرابی ها پایین است
- مشکل نقصان کیفیت آب در گره های کور و کم مصرف (سرعتهای پایین ،تهنشینی املاح و رسوبات)
- توزیع نامناسب فشار در شبکه



- تحلیل و طراحی شبکه های شاخه ای:

- مراحل طراحی شبکه های شاخه ای:

1. تهیه کروکی
2. پیاده کردن طرح و **layout** شبکه ها
3. برآورد جمعیت با توجه به عمر مفید شبکه
4. تعیین دبی طراحی و انتخاب مقادیر فشار حداقل و حداکثر و سرعت حداقل و حداکثر
5. تعیین دبی مصرفی هر گره
6. محاسبه دبی لوله ها با روابط پیوستگی
7. تخمین قطر لوله ها
8. محاسبات مربوط به افت و سرعت در لوله و کنترل سرعت
9. محاسبات فشار و کنترل آن

- روشهای تعیین قطر:

1. ارتفاع معلوم مخزن: طراحی بر اساس فشار حداقل
2. ارتفاع نامعلوم مخزن: طراحی بر اساس سرعت اقتصادی

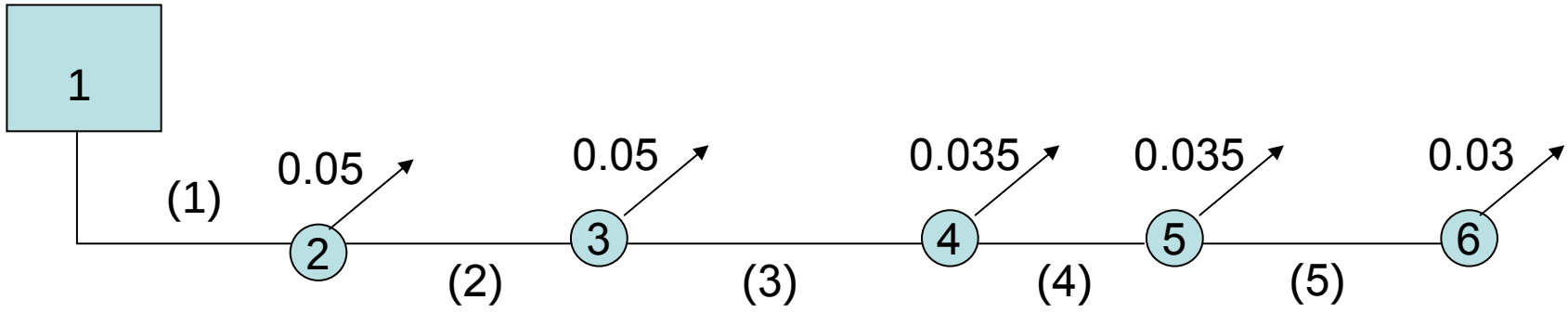
- روشهای تعیین دبی های مصرفی:

1. توزیع به نسبت طول لوله ها
2. توزیع به نسبت مساحت تحت پوشش لوله ها
3. توزیع بر حسب **layout** شبکه و محل

# مثال: ارتفاع معلوم مخزن

$$f = 0.02,\ L_1 = 400,\ L_2 = 400,\ L_3 = 600,\ L_4 = 500,\ L_5 = 400$$

$$P_{min} = 15 \qquad P_{res} = 20,\quad z_i = 0.0 \quad i = 1,2,...,6$$




حل:

۱- تعیین دبی لوله ها  با استفاده از رابطه پیوستگی

$$Q_1 = 0.20,\ Q_2 = 0.15,\ Q_3 = 0.10,\ Q_4 = 0.065,\ Q_5 = 0.03$$

## 2- تعیین حداکثر شیب خط انرژی مسیر ها

$$S_i = \frac{H_{res} - H^i_{min}}{\alpha L}$$

ضریب افت موضعی $\alpha = 1.1$

$$H^i_{min} = P_{min} + z_i$$

$S_2 = 0.011$ $S_3 = 0.0057$ $S_4 = 0.0032$ $S_5 = 0.0024$ $S_6 = 0.002$

$S_c = Min(S_i) = 0.002$

**۳- تعیین شیب انرژی مسیر بحرانی**

**٤- طراحی قطر های مسیر بحرانی بر اساس شیب خط انرژی**

**٥- طراحی قطر لوله های انشعابی**

**٦- گرد کردن به اقطار تجارتی ( اقطار موجود با فاصله 0.05 m )**

**۷- کنترل سرعت و فشار**

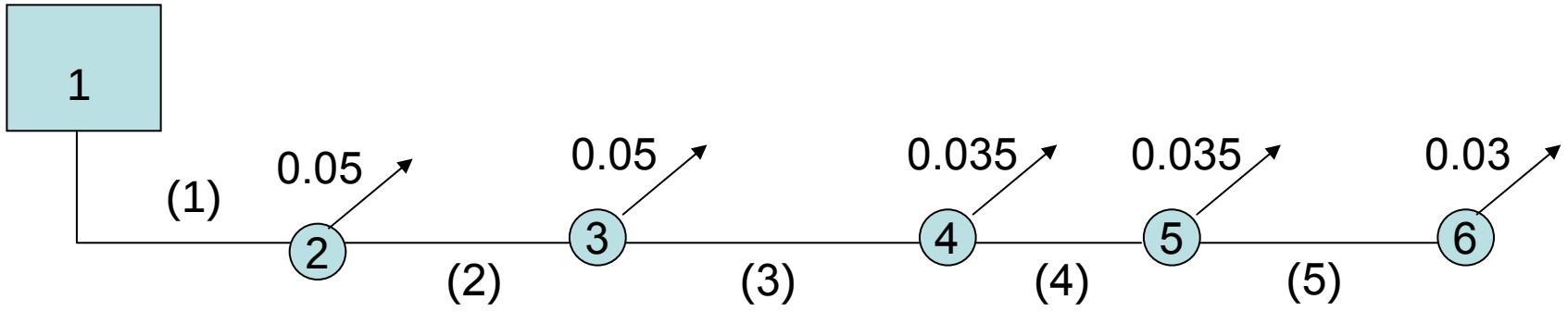
| لوله | L | Q | S | d | D | $h_f$ | v |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 400 | 0.2 | 0.002 | 0.51 | 0.55 | 0.58 | 0.84 |
| 2 | 400 | 0.15 | 0.002 | 0.45 | 0.45 | 0.89 | 0.94 |
| 3 | 600 | 0.1 | 0.002 | 0.38 | 0.4 | 1.06 | 0.80 |
| 4 | 500 | 0.065 | 0.002 | 0.32 | 0.35 | 0.73 | 0.68 |
| 5 | 400 | 0.03 | 0.002 | 0.24 | 0.25 | 0.67 | 0.61 |

3.93

# مثال: ارتفاع نامعلوم مخزن

$$f = 0.02,\ L_1 = 400,\ L_2 = 400,\ L_3 = 600,\ L_4 = 500,\ L_5 = 400$$

$$P_{min} = 15 \qquad Z_i = 0.0 \quad i = 1,2,...,6$$




حل:

1- تعیین دبی لوله ها

2- طراحی قطرها با استفاده از سرعت اقتصادی

$$d = \left(\frac{4Q}{\pi V}\right)^{0.5}$$

3- محاسبه افت هد لوله ها

4- محاسبه رقوم مخزن با استفاده از گره بحرانی

$$H_{res} = \sum \alpha h_f + P_{min} + z_c$$

ضریب افت موضعی $\alpha = 1.1$

5-محاسبه ارتفاع مخزن

$$P_{res} = H_{res} - z_{res}$$

| لوله | $V_e$ | d | D | $h_f$ | V |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0.505 | 0.500 | 1.40 | 1.02 |
| 2 | 1 | 0.437 | 0.450 | 1.33 | 0.94 |
| 3 | 1 | 0.357 | 0.350 | 3.11 | 1.04 |
| 4 | 1 | 0.288 | 0.300 | 2.37 | 0.92 |
| 5 | 1 | 0.195 | 0.200 | 3.07 | 0.95 |

$$H_{res} = \sum \alpha h_f + P_{min} + Z_c$$

$$H_{res} = \sum 1.1(1.4 + 1.33 + 3.11 + 2.37 + 3.07) + 15 + 0.0 = 26.28$$

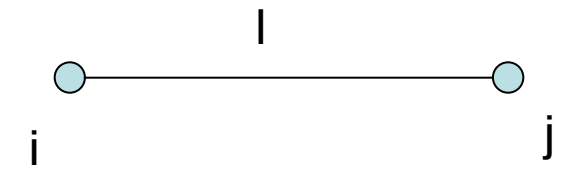
$$P_{res} = 26.28$$

- روشهای تعیین دبی های مصرف:
- توزیع به نسبت طول لوله ها

**دبی در واحد طول**

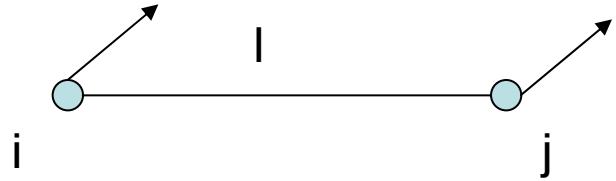
$$q = \frac{Q_{des}}{\sum_l L_l}$$

$$q_l = {}^{l}qL_l$$

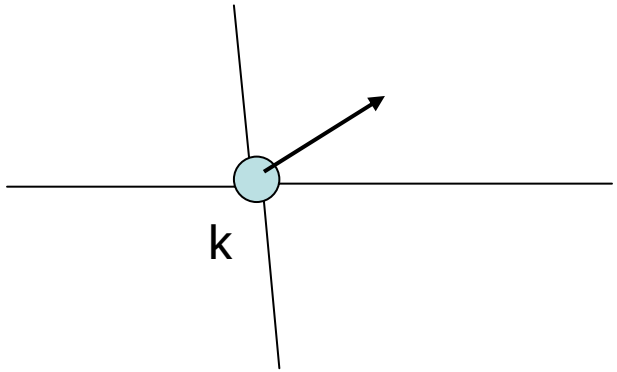



$$q_{l,i} = -0.5q_l$$

$$q_{l,j} = -0.5q_l$$




$$q_k = \sum_{k \in l} q_{l,k}$$

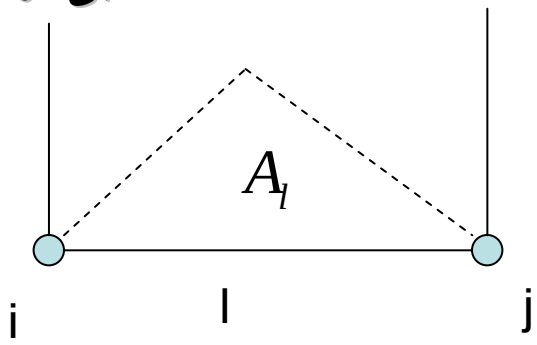


- روشهای تعیین دبی های مصرف:
- توزیع به نسبت مساحت تحت پوشش

$$q = \frac{Q_{des}}{\sum_l A_l}$$

$$q_l = qA_l$$

**دبی در واحد سطح**

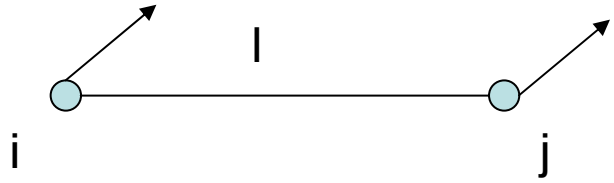



$$q = \frac{Q_{des}}{\sum_l \alpha_l A_l}$$

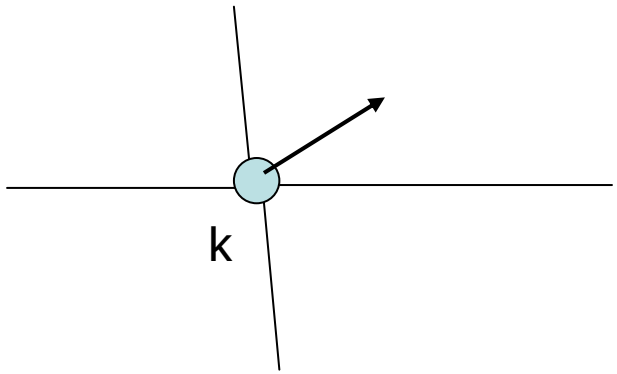
$$q_l = q\alpha_l A_l$$

$$q_{l,i} = -0.5q_l$$

$$q_{l,j} = -0.5q_l$$



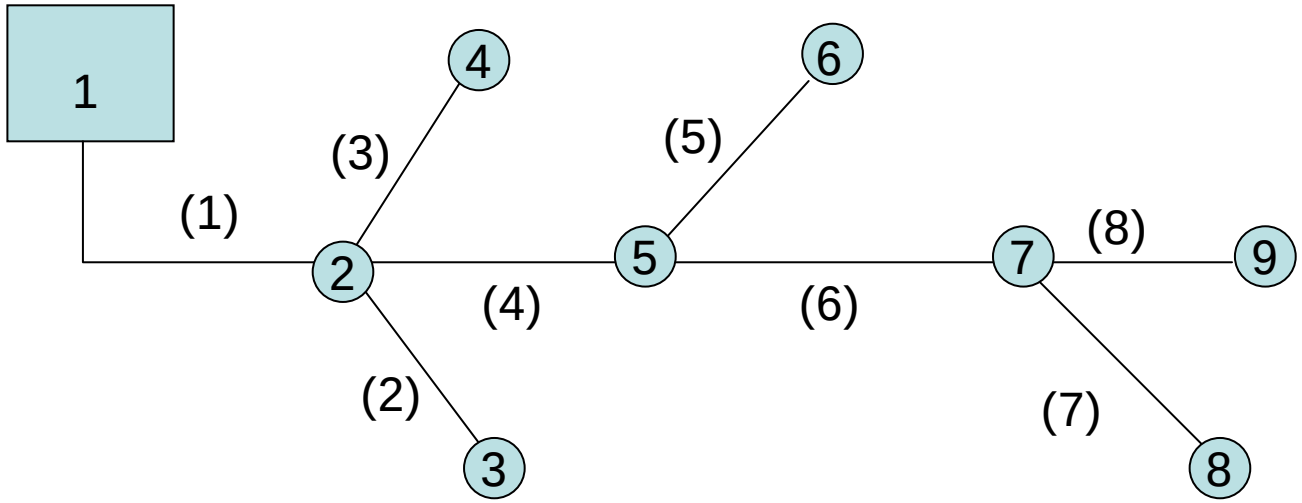

$$q_k = \sum_{k \in l} q_{l,k}$$



مثال:

P=5000,  e=0.1 mm, υ=1.136E-6,

$Q_{ave}^{d} = 100 \ \ lit/c.d \qquad c_1 = 2, \ \ c_2 = 1.25$



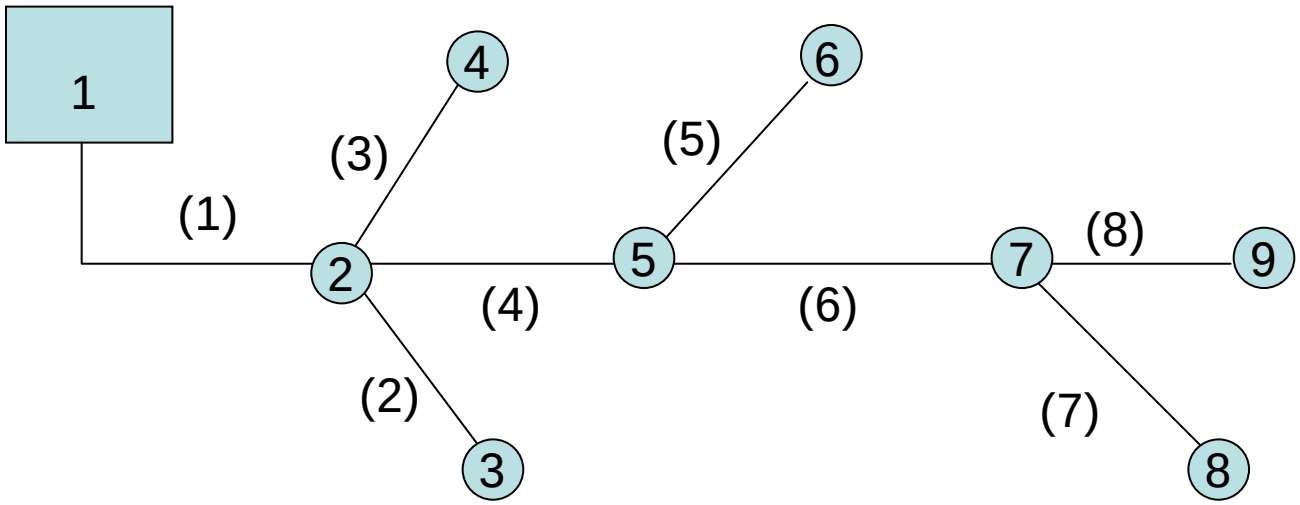

| لوله | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طول | 100 | 200 | 300 | 100 | 400 | 100 | 300 | 200 | |
| گره | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| رقوم | 1000 | 998 | 997 | 997.5 | 997 | 996 | 996.5 | 996 | 995 |

P=5000,  e=0.1 mm, υ=1.136E-6,

$Q^d_{ave} = 100\ \ lit/c.d \qquad c_1 = 2,\ \ c_2 = 1.25$

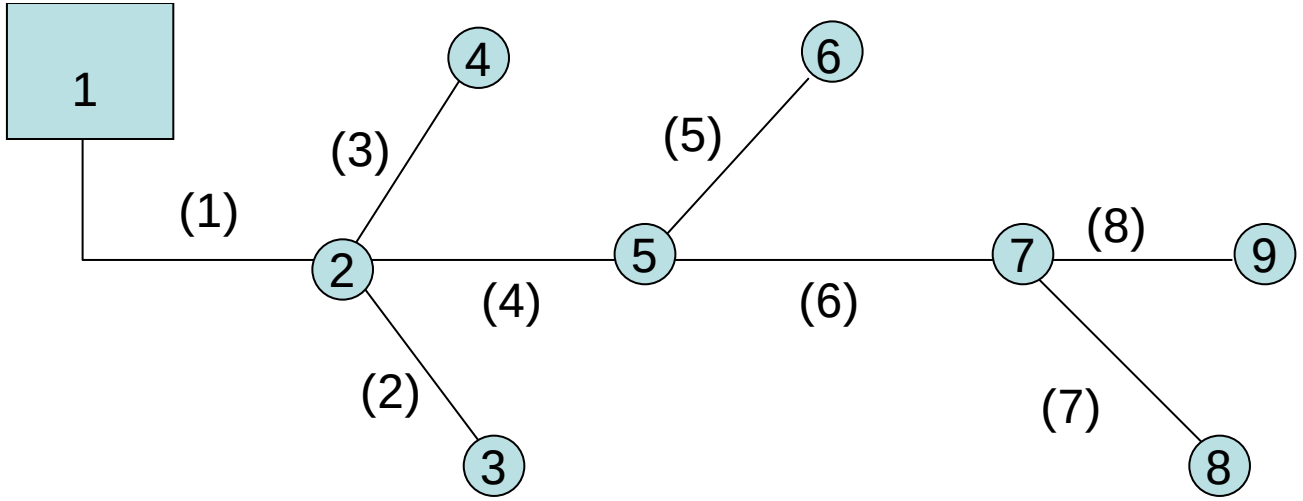
$Q^h_{max} = 2.5 \times 100 \times 5000 / 24 \times 3600 = \ 14.46\ lit/s$

۱- محاسبه دبی طراحی




۲- محاسبه دبی مصرف لوله ها به نسبت طول

| لوله | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طول | 100 | 200 | 300 | 100 | 400 | 100 | 300 | 200 |
| q | 0.85 | 1.7 | 2.55 | 0.85 | 3.4 | 0.85 | 2.55 | 1.7 |




۳- محاسبه دبی مصرف گرهی با فرض مصرف از انتهای لوله

| گره | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| q | -- | 0.85 | 1.7 | 2.55 | 0.85 | 3.4 | 0.85 | 2.55 | 1.7 |

۴- محاسبه دبی لوله ها با استفاده از رابطه پیوستگی

| لوله | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Q | 14.46 | 1.7 | 2.55 | 9.35 | 3.4 | 5.1 | 2.55 | 1.7 |

## ۵- طراحی بر اساس سرعت اقتصادی(v=1 m/s)

محاسبه قطر

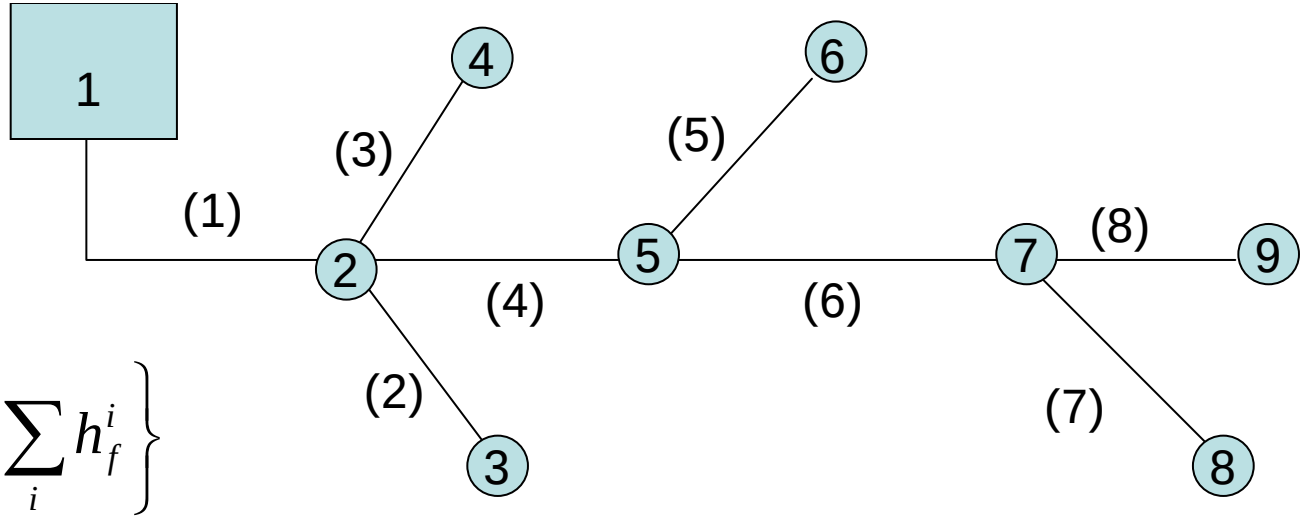
گرد کردن به اقطار تجارتی (با فرض اقطار تجارتی با فواصل ۲۵ میلیمتر)

محاسبه سرعت واقعی – عدد رینولدز – زبری نسبی – ضریب اصطکاک و سرانجام افت هد لوله ها

رابطه سوامی $f = 0.25 / [\log( e / 3.7D + 5.72 / Re^{0.9} )]^2$

| لوله | L | Q | D(mm) | D(mm) | V | Re | f | $h_f$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 14.46 | 135 | 150 | 0.82 | 108849 | 0.0342 | 0.78 |
| 2 | 200 | 1.7 | 35.6 | 50 | 0.87 | 38495 | 0.0428 | 2.106 |
| 3 | 300 | 2.56 | 57.1 | 75 | 0.58 | 38495 | 0.0428 | 2.123 |
| 4 | 100 | 9.35 | 109.1 | 125 | 0.76 | 84070 | 0.0346 | 0.33 |
| 5 | 400 | 3.4 | 65.8 | 75 | 0.77 | 51106 | 0.0424 | 4.94 |
| 6 | 100 | 5.1 | 80.6 | 100 | 0.65 | 57522 | 0.0393 | 0.844 |
| 7 | 300 | 2.55 | 57 | 75 | 0.58 | 38495 | 0.0428 | 2.106 |
| 8 | 200 | 1.7 | 35.6 | 50 | 0.87 | 38495 | 0.0428 | 2.9 |

$$P_{min} = 14 + 2*4 = 22$$




$$H_{res} = \underset{i}{Max}\left\{ Z_i + P_{min} + \sum_i h_f^i \right\}$$

| لوله | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h_f$ | 0.78 | 2.106 | 2.123 | 0.33 | 4.94 | 0.844 | 2.106 | 2.9 |

| گره | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z | 1000 | 998 | 997 | 997.5 | 997 | 996 | 996.5 | 996 | 995 |
| Z+ $P_{min}$ | 1022 | 1020 | 1019 | 1019.5 | 1019 | 1018 | 1018.5 | 1018 | 1017 |
| $\sum h_{f,i}$ | 0.0 | 0.78 | 2.88 | 2.90 | 1.11 | 6.05 | 1.95 | 4.05 | 4.86 |
| $H_{res,i}$ | 1022 | 1020.78 | 1021.88 | 1022.40 | 1020.11 | 1024.05 | 1019.95 | 1022.05 | 1021.86 |
| $P_i$ | 24.05 | 25.27 | 24.16 | 23.65 | 25.94 | 22.00 | 25.6 | 26.97 | 24.19 |

## نماد گذاری ماتریسی و عملیات ماتریسی

**ماتریس یک آرایه مستطیلی از اعداد بوده که در آن نه تنها مقدار اعداد بلکه موقعیت اعداد نیز دارای اهمّیت می باشد. اندازه یک ماتریس با تعداد سطرها و ستونهای آن مشخص شده و یک ماتریس که دارای m سطر و n ستون میباشد بنام ماتریس mxn خوانده می شود. نمایش ماتریس ها با حروف بزرگ و نمایش عناصر آن با حروف کوچک به همراه دو اندیس صورت می گیرد.اندیس زیراول نشان دهنده سطر و اندیس دوم نشان دهنده ستونی است که عنصر در آن واقع شده است.**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{1n} \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & . & . & a_{mn} \end{bmatrix} = \left[a_{ij}\right] \begin{matrix} i = 1,2,\ldots, m \\ j = 1,2,\ldots, n \end{matrix}$$

**یک ماتریس $1\times n$ بنام یک بردار سطری n بعدی خوانده شده**

$$A = \left[a_{11}\ a_{12}\ldots\ a_{1n}\right]$$

**و ماتریس $n\times 1$ زیر نمودار یک بردار ستونی n بعدی می باشد.**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{n1} \end{bmatrix}$$

**بردار ها را معمولا با حروف کوچک سیاه و ضخیم نشان می دهند.**
**در ماتریس AوB در صورتی مساوی خواهند بود که دارای اندازه ای یکسان بوده و تمامی عناصر مربوطه با هم برابر باشند.**

$$a_{ij} = b_{ij} \qquad \begin{matrix} i = 1 , 2 , \dots m \\ j = 1 , 2 , \dots n \end{matrix}$$

**• جمع و تفریق ماتریسها :**

**مجموع دو ماتریس هم اندازه AوB (m×n) یک ماتریس m×n بوده و عناصر آن به صورت زیرمحاسبه می شوند.**

$$C = A + B$$

$$C_{ji} = a_{ij} + b_{ij}$$

**تفاضل دو ماتریس هم اندازه نیز به صورتی مشابه تعریف می شود.**

$$C = A - B$$

$$C_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

• **ضرب عدد در ماتریس:**

**حاصلضرب عدد ثابت $\lambda$ در یک ماتریس $m\times n^{(A)}$ معادل یک ماتریس $m\times n^{(B)}$ بوده و عناصر آن بصورت زیر محاسبه می شوند.**

$$B=\lambda A$$

$$B_{ij}=\lambda a_{ij}$$

**روابط زیر برای جمع و تفریق ماتریسی و ضرب اسکالر ماتریس ها صادق می باشد**

$$A+0=0+A=A \qquad A+B=B+A$$

$$A-A=0 \qquad (A+B)+C=A+(B+C)$$

$$\lambda(A+B)=\lambda A+\lambda B$$

$$(\lambda+\eta)A=\lambda A+\eta A$$

$$\lambda(\eta A)=(\lambda\eta)A$$

**که در آن 0 نمودار ماتریس صفر بوده که تمامی عناصرآن معادل صفر می باشد.**

• **ضرب ماتریس:**

**حاصلضرب دو ماتریس A (m×n) و B (n×p) ماتریسی به ابعاد m×p بوده و عناصر آن بصورت زیر محاسبه می شوند.**

$$C = AB$$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + ... a_{in} b_{nj} \qquad \begin{matrix} i = 1,2....m \\ j = 1,2...p \end{matrix}$$

**محاسبه عنصر $C_{ij}$ از ماتریس C را میتوان در حقیقت با جمع کردن حاصل ضرب عناصر سطر iام از ماتریس A در ستون jام از ماتریس B انجام داد.**

$$C = AB$$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + ... a_{in} b_{nj} \qquad \begin{matrix} i = 1,2....m \\ j = 1,2...p \end{matrix}$$

**مطلب فوق نشان دهنده این ضرورت است که تعداد ستونهای ماتریس A و سطر های ماتریس B بایستی برابر باشند**

- **ماتریس واحد :**

**ماتریس واحد از درجه n بصورت $I_n = \left( \delta_{ij} \right)$ نمایش داده و دارای عناصر زیر می باشد.**

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

**با معلوم بودن اندازه ماتریس واحد میتوان آن را با I نیز نشان داد.**

**در ذیل بعضی از خواص ضرب ماتریسی مورد استفاده تشریح میشود که در آن ماتریسهای A وB وC وD دارای شرایط مورد نظر بوده و $\lambda$ یک عدد ثابت است.**

$$A(BC) = (AB)C$$

$$A(B+D) = AB+AD$$

$$IB = B$$

$$BI = B$$

$$\lambda(AB) = (\lambda A)B = A(\lambda B)$$

**بایستی توجه نمود که رابطه AB=BA در حالت کلی صادق نمیباشد.**

**حاصلضرب دو بردار: دو بردار را به صورت اسکالر(داخلی) و ماتریسی(خارجی) میتوان در هم ضرب کرد.**

**حاصلضرب اسکالر: در این حالت بردار اول یک بردار سطری و بردار دوم یک بردار ستونی بوده و اندازه دو بردار یکسان میباشد. حاصلضرب این دو بردار یک عدد اسکالر است.**

$$x = [x_1, x_2 ..... x_n]$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$x.y = [x_1 ..... x_n] \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i$$

**حاصلضرب ماتریسی: در این حالت یک بردار ستونی با اندازه m در یک بردار سطری با اندازه n ضرب شده و نتیجه حاصل یک ماتریس m×n خواهد بود.**

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}$$

$$y = [y_1 ..... y_n]$$

$$x \times y = A \Rightarrow a_{ij} = x_i y_j$$

**ماتریس تکین: ماتریس مربعی $A(n \times n)$ را در صورتی غیر تکین گویند که ماتریس $A^{-1}$ را بتوان چنان یافت که**

$$A^{-1} A = I$$

**ماتریس $A^{-1}$ بنام عکس ماتریس A خوانده میشود . ماتریسی که دارای عکس نباشد بنام ماتریس تکین خوانده میشود.**

انواع ماتریسها

ماتریس را مثلثی بالا گویند درصورتی که تمامی عناصر زیر قطر ماتریس معادل صفر باشد.

$$U_{ij} = 0 \quad i = 1,2,...n \quad j = 1,2,...,i-1$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & .... & .... & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & ... & .... & a_{2n} \\ 0 & 0 & .. & .... & ... \\ 0 & 0 & 0 & .. & ... \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n,n} \end{vmatrix}$$

ماتریس را مثلثی زیرین گویند هرگاه تمامی عناصر بالای قطر اصلی معادل صفر باشد.

$$L_{ij} = 0 \quad i = 1,2,...n \quad j = i+1,...,n$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{12} & a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ .... & .... & .. & 0 & 0 \\ ... & .... & ... & .. & 0 \\ a_{n1} & a_{n2} & ... & ... & a_{n,n} \end{vmatrix}$$

**ماتریس ترانهاده :**

ترانهاده یک ماتریس با $A^T$ نشان داده و از جابجایی سطرها و ستونهای ماتریس حاصل می شود.

$$(A^T)_{ij} = (A)_{ji}$$

ماتریس متقارن ماتریسی است که ترانهاده آن با خود ماتریس معادل باشد.

$$a_{ij} = a_{ji}$$

**فرآیند** ترانهش دارای خواص زیر می باشد.

$$(A^T)^T = A$$

$$(A+B)^T = A^T + B^T$$

$$(AB)^T = B^T * A^T$$

$$(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$$

$$det\ A^T = det\ A$$

**ماتریس نواری**

ماتریس $A\ (n\times n)$ نواری خوانده می شود در صورتی که تمامی عناصر غیر صفر ماتریس در اطراف قطر ماتریس متمرکز شده باشند . در این صورت می توان دو عدد $q>0$ , $p<n$ را چنان پیدا نمود که

$$a_{ij}=0 \qquad \begin{matrix} i\geq j+q \\ j\geq i+p \end{matrix}$$

و مقدار $w=q+p-1$ بنام عرض نوار ماتریس خوانده می شود . ماتریسهای سه قطری یکی از موارد خاص ماتریس نواری بوده که در آن $q=p=2$ و درنتیجه $w=3$ بوده و دارای اهمیت بخصوصی می باشد .

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & .. & 0 & 0 \\ 0 & .. & .. & .. & 0 \\ 0 & 0 & .. & .. & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{vmatrix}$$

ماتریس $A\ (n\times n)$ را یک ماتریس قویاً قطری مسلط گویند که رابطه زیر برای تمامی مقادیر سطرهای I=1,2,…,n برقرار باشد. یک ماتریس قویا قطری مسلط غیر تکین می باشد

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n} |a_{ij}|$$

ماتریس A را یک ماتریس معین مثبت گویند در صورتی که برای هر بردار ستونی x رابطه زیر برقرار باشد

$$x^T * A * x \geq 0$$

به عنوان مثال ماتریس A یک ماتریس معین مثبت است زیرا برای یک بردار ستونی سه بعدی داریم .

$$x^T * A * x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$= x_1^{\,2} + (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_3)^2 + x_3^{\,2} > 0$$

یک ماتریس معین مثبت همواره غیر تکین است.

روش حذف گوس :

این روش در حقیقت تعمیمی از روش حذف یک مجهول از بین دو معادله دو مجهولی بوده و اساس تمامی روشهایی است که بنام روش مستقیم خوانده می شوند. دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید .

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 12$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 11$$
$$2x_1 - 2x_2 - x_3 = 2$$

با جایگزینی معادله دوم بوسیله معادله ای که از ضرب معادله اول در 1- و معادله دوم در 3 و جمع آنها نتیجه می شود . مجهول $x_1$ از معادله دوم حذف می شود .

بروشي مشابه می توان مجهول $x_1$ را از معادله سوم با ضرب معادله اول در 2- و معادله سوم در 3 و جمع آنها و جایگزینی معادله حاصل بجای معادله سوم حذف نمود و دستگاه زیر را بدست آورد .

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 12$$
$$7x_2 + 7x_3 = 21$$
$$-4x_2 - 7x_3 = 18$$

حال می توان $x_2$ را از معادله سوم با ضرب معادله دوم در 7 و جمع آنها و جایگزینی معادله حاصل بجای معادله سوم حذف نمود . عملیات فوق به یک دستگاه معادلات مثلثی زبرین منجر می شود .

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 = 12$$
$$7x_2 + 7x_3 = 21$$
$$-21x_3 = -42$$

بدیهی است که دستگاه معادله فوق را می نوان بسادگی با استفاده از جایگذاری پسرو حل نموده و مقادیر زیر را بدست آورد.

$$x_1 = 3, x_2 = 1, x_3 = 2$$

این مساله را می توان با استفاده از روش فوق و در شکل ماتریسی آن حل نمود . بدین منظور می توان دستگاه معادله فوق را بصورت A*x=b نوشت که در آن

$$A=\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & -2 & -1\end{bmatrix} \qquad x=\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} \qquad b=\begin{bmatrix}12\\ 11\\ 2\end{bmatrix}$$

از آنجا که عملیات حذف مجهولات را می توان تنها با استفاده از ضرایب ثابت انجام داد لذا می توان از ماتریس افزوده ضرایب و بردار b صورت زیر استفاده نمود .

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 1 & 2 & 3 & 11\\ 2 & -2 & -1 & 2\end{array}\right]$$

اکنون می توان عملیات لازم برای تبدیل ماتریسA به یک ماتریس مثلثی زبرین بصورت زیر انجام داد .

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 1 & 2 & 3 & 11\\ 2 & -2 & -1 & 2\end{array}\right]\begin{array}{l}\\ 3R_2+(-1)R_1\\ 3R_3+(-2)R_1\end{array}$$

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 0 & 7 & 7 & 21\\ 0 & -4 & -7 & -18\end{array}\right]7R_3+4R_2$$

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 0 & 7 & 7 & 21\\ 0 & 0 & -21 & -42\end{array}\right]$$

حال می توان با استفاده از جایگذاری پسرو جواب معادلات را بدست آورد .

روش فوق برای حل معادلات کوچک از طریق محاسبات دستي مناسب بوده ولی حاصل ضرب های بکار رفته در این روش ممکن است در حل دستگاه معادلات بزرگ به مقادیر بسیار بزرگ منجر شده و خطای overflowرا ایجاد کند.

برای جلوگیری از این خطا می توان برای حذف بعنوان مثال عنصر اول از سطر iام (i>1) سطر اول را در نسبت $a_{i1}/a_{11}$ ضرب نموده آن را از معادله i ام کسر کرده و معادله حاصل را بجای سطر iام جایگزین نمود . دیگر عناصر ماتریس را نیز می توان بروشی مشابه از دستگاه معادلات حذف نمود. حال با استفاده از این روش مجددا مثال قبل را حل نموده و محاسبات را تا سه رقم اعشار ادامه می دهیم .

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 1 & 2 & 3 & 11\\ 2 & -2 & -1 & 2\end{array}\right]\begin{array}{l}\\ R_2+(\frac{-1}{3})R_1\\ R_3+(\frac{-2}{3})R_1\end{array}$$

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 0 & 2.333 & 2.333 & 7.004\\ 0 & -1.333 & -2.333 & -5.992\end{array}\right]R_3-\frac{1.334}{2.332}R_2$$

$$A:b=\left[\begin{array}{ccc|c}3 & -1 & 2 & 12\\ 0 & 2.333 & 2.333 & 7.004\\ 0 & 0 & -1 & -1.992\end{array}\right]$$

روش بالا به نام روش حذف گوس معروف می باشد . با استفاده از جایگذاری می توان محاسبه مجهولات را از سطر دوم شروع نموده و در جهت بالا به سطر دوم و سپس اول ادامه داده و نتایج را بصورت زیر بدست آورد .

$$x_1 = 1.992$$
$$x_2 = 1.008$$
$$x_3 = 3.007$$

تفاوت نتایج حاصل با جوابهای دقیق ناشی از خطای گرد کردن است . در این مثال بجای گرد کردن قطع شده است و این همان فرآیندی است که در اکثر کامپیوترها بکار گرفته می شود . با افزایش تعداد معادلات خطای گرد کردن افزایش یافته و دقت جوابها را کاهش می دهند . دستگاه معادلاتی که ماتریس ضرائب آنها به خطای گرد کردن حساس بوده و لذا دقت نتایج حاصل از روش گوس بسیار کاسته می شود بنام ماتریسهای بد وضع خوانده می شوند.

با انجام عملیات جایگذاری پسرو داریم :

$$x_1 = \frac{-1.993}{-1} = 1.993$$

$$x_2 = \frac{7.004 - 2.334 * x_3}{2.334} = 1.008$$

$$x_3 = \frac{12 - 2 * x_3 - (-1) * x_2}{3} = 3.007$$

روش حذف گوس و جایگذاری پسرو برای حل دستگاه خطی را می توان بصورت زیر فرمولبندی نمود که در آن بجای استفاده از ماتریس افزوده از ماتریس اصلی A و بردار ستونی b استفاده شده است .

فرآیند حذف (ستونی):

برای ستونهای $j=1,2,\ldots,n-1$ و برای سطر های $i=j+1,..,n$ داریم:

$$a_{ik} = a_{ik} - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} a_{jk} \qquad k = j+1,....,n$$

$$b_i = b_i - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} b_j$$

جایگذاری پسرو:

برای i=n,…,1 داریم

$$x_i = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{\substack{j=i+1 \\ i<N}}^{n} a_{ij}\, x_j\right)$$

روش حذف فوق بنام روش حذف ستونی خوانده شده که در آن عناصر زیر قطر ماتریس بصورت ستونی معادل صفر می شوند. در روش سطری عناصر زیر قطر سطر به سطر حذف شده و معادل صفر می شوند. رابطه زیر نمودار چنین روش سطری می باشد.

برای سطرهای i=2,….,n و برای ستونهای j =1,2,..,i-1 داریم:

$$a_{ik} = a_{ik} - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} a_{jk} \qquad k = j+1,....,n$$

$$b_i = b_i - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} b_j$$

فرآیند حذف سطری :

برای سطر های i=2,..,n و ستونهای j=1,2,…,i-1 داریم

$$a_{ik} = a_{ik} - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} a_{ik} \qquad k = j+1,....,n$$

$$b_i = b_i - \frac{a_{ij}}{a_{jj}} b_i$$

# روش جاکوبی:

دستگاه معادلات خطی زیر را در نظر بگیرید که جواب دقیق آن معادل $X = (1,1,1)^T$ می باشد:

$$8x_1 + x_2 - x_3 = 8$$
$$x_1 - 7x_2 + 2x_3 = -4$$
$$2x_1 + x_2 + 9x_3 = 12$$

دستگاه معادلات فوق را می توان بصورت زیر نوشت که در آن $x_1$ از معادله اول و $x_2$ از معادله دوم و $x_3$ از معادله سوم محاسبه می شود

$$x_1 = -0.125\,x_2 + 0.125\,x_3 + 1$$
$$x_2 = 0.143\,x_1 + 0.286\,x_3 + 0.571$$
$$x_3 = -0.222\,x_1 - 0.111\,x_2 + 1.333$$

همانگونه که مشاهده می شود دستگاه معادلات فوق را می توان بصورت $x = Tx + c$ نوشت که در آن

$$T = \begin{bmatrix} 0 & -0.125 & 0.125 \\ 0.143 & 0 & 0.286 \\ -0.222 & -0.111 & 0 \end{bmatrix} \text{و} C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.571 \\ 1.333 \end{bmatrix}$$

با استفاده از حدس اولیه $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ می توان دنباله جوابهای تقریبی $x^{(1)}, x^{(2)}, \ldots$ را با استفاده از فرمول فوق بصورت زیر بدست آورد

$$x^{(k)} = Tx^{(k-1)} + c$$

بعنوان مثال برای $k = 1$ داریم

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.125 & 0.125 \\ 0.143 & 0 & 0.286 \\ -0.222 & -0.121 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0.571 \\ 1.333 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.571 \\ 1.333 \end{bmatrix}$$

تکرار بعدی دنباله جوابهای زیر را بدست می دهد

| | first | second | third | fourth | fifth | sixth | seventh | eighth |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0 | 1.000 | 1.095 | 0.995 | 0.993 | 1.002 | 1.001 | 1.000 |
| $x_2$ | 0 | 0.571 | 1.095 | 1.026 | 0.990 | 0.998 | 1.001 | 1.000 |
| $x_3$ | 0 | 1.333 | 1.048 | 0.969 | 1.000 | 1.004 | 1.001 | 1.000 |

این روش بنام روش تکراری جاکوبی خوانده شده که در آن معادله $i$ام از دستگاه معادلات $Ax = b$ برای محاسبه $x_i$ بصورت زیر حل می شود

$$x_i = \frac{-\sum_{\substack{j=1 \\ j \# i}}^{n} a_{ij} x_j + b_i}{a_{ii}}$$

با استفاده از رابطه فوق دنباله جوابهای تقریبی $x_i^{(k)}$ با استفاده از $x_i^{(k-1)}$ بصورت زیر محاسبه می شود

$$x_i^{(k)} = \frac{b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j\#i}}^{n} a_{ij} x_j^{(k-1)}}{a_{ii}}$$

شکل ماتریسی رابطه فوق را می توان با تجزیه $A$ به ماتریسهای قطری و غیر قطری بصورت $x^{(k)} = Tx^{(k-1)} + c$ بدست آورد.

در صورتیکه $D$ یک ماتریس قطری با عناصر قطری $A$ بوده و $L$ و $U$ به ترتیب قسمتهای مثلثی زیرین و زبرین باشد در این صورت ماتریس را می توان بصورت زیر نوشت

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & & . \\ . & & a_{33} & & . \\ . & & & . & . \\ a_{1n} & . & . & . & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & & & & \\ & a_{22} & & & \\ & & . & & \\ & & & . & \\ & & & & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ a_{21} & 0 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & . & \\ a_{n1} & a_{n2} & . & a_{n,n-1} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & . & . & a_{1n} \\ & 0 & & & . \\ & & 0 & & . \\ & & & . & a_{n,n-1} \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = D + L + U$$

با استفاده از رابطه فوق می توان دستگاه معادلات $Ax = b$ را بصورت زیر تبدیل نمود

$$(D + L + U)x = b$$

$$Dx = -(L + U)x + b$$

$$x = -D^{-1}(L + U)x + D^{(-1)}b$$

استفاده از روش جاکوبی ایجاب می کند که عناصر قطری ماتریس $a_{ii} \# 0 \quad i=1,.....,n$ غیر صفر باشند. در غیر این صورت بایستی معادلات را با استفاده از پیوتینگ چنان آرایش نمود که هیچ یک از عناصر قطری معادل صفر نباشد. توصیه می شود که با استفاده از پیوتینگ عناصر قطری نهایی دارای حداکثر مقدار ممکن بوده و بدین ترتیب به سرعت همگرایی روش جاکوبی افزوده می شود. در واقع این روش برای ماتریسهای قطری مسلط همواره همگرا بوده و در غیر این صورت ممکن است واگرا گردد .

بنابراین روش تکراری جاکوبی در شکل ماتریس آن بصورت زیر نوشته می شود :

$$x^{(k)} = -D^{-1}(L+U)x^{(k-1)} + D^{-1}b$$

# روش تکراری گوس سایدل : (Caws – Seidel)

با بررسی دقیق روش جاکوبی مشاهده می شود که در این روش مقادیر بردار $X^{(k-1)}$ جهت محاسبه عنصر $i$ ام از $X^{(k)}\left(x_i^{(k)}\right)$ مورد استفاده قرار می گیرند . از آنجا در لحظه محاسبه $x_i^{(k)}$ تمامی مقادیر جدید $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_{i-1}^{(k)}$ قبلا محاسبه شده و در دسترس می باشند و طبیعی است که این مقادیر تقریبهای بهتری نسبت به $x_1^{(k-1)}, x_2^{(k-1)}, \ldots, x_{i-1}^{(k-1)}$ می باشند . لذا منطقی است که $x_i^{(k)}$را با استفاده از جدیدترین مقادیر تقریبی $X$ محاسبه نمود . لذا در روش گوس سایدل داریم

$$x_i^{(k)} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k-1)}}{a_{ii}}$$

مثال : دستگاه معادلات حل شده در مثال قبل را در نظر بگیرید . با استفاده از روش گوس سایدل دستگاه معادلات تکراری زیر بدست می آید

$$x_1^{(k+1)} = 1 - 0.125x_2^{(k)} + 0.125x_3^{(k)}$$

$$x_2^{(k+1)} = 0.571 + 0.143x_1^{(k+1)} + 0.286x_3^{(k)}$$

$$x_3^{(k+1)} = 1.333 - 0.222x_1^{(k+1)} - 0.111x_2^{(k+1)}$$

جدول زیر تعداد تکرار لازم و مقادیر تقریبی $x$ را نشان می دهد :

| | first | second | third | fourth | fifth | Sixth |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0 | 1.000 | 1.041 | 0.997 | 1.001 | 1.000 |
| $x_2$ | 0 | 0.714 | 1.014 | 0.996 | 1.000 | 1.000 |
| $x_3$ | 0 | 1.032 | 0.990 | 1.002 | 1.000 | 1.000 |

شکل ماتریسی روش گوس سایدل را می توان بصورت زیر بدست آورد

$$Ax = b$$

$$(D + L + U)x = b$$

$$(D + L)x = -Ux + b$$

$$x = -(D + L)^{-1}Ux + (D + L)^{-1}b$$

$$\Rightarrow x^{(k)} = -(D + L)^{-1}Ux^{(k-1)} + (D + L)^{-1}b$$

در صورتی که ماتریس $A$یک ماتریس قطری مسلط باشد $\left|a_{ii}\right| > \sum_{\substack{j=1 \\ j\#i}}^{n} \left|a_{ij}\right|$ در این صورت هر دو روش جاکوبی و گوس سایدل همگرا خواهند بود . در این صورت همگرایی روش گوس سایدل بیشتر از همگرایی روش جاکوبی خواهد بود .

# روشهای تخفیفی : (Relaxation Methods)

در صورتیکه $x^{(k)}$ جواب تقریبی معادله $Ax=b$ در تکرار $k$ ام از یک روش تکراری باشد در این صورت بردار باقیمانده به ازای جواب تقریبی $x^{(k)}$ بصورت زیر تعریف می شود

$$r^{(k)} = b - Ax^{(k)}$$

در این صورت مولفه $i$ ام از بردار باقیمانده را می توان بصورت زیر محاسبه نمود

$$r_i^{(k)} = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)}$$

با استفاده از تعریف فوق می توان عنصر $i$ ام از بردار باقیمانده در روش گوس سایدل را که جواب تقریبی مرحله $k$ ام آن قبل از محاسبه $x_i^{(k)}$ بدست آمده را حساب نمود .

# اعمال شرایط مرزی :

در حل دستگاه معادلات خطی $Ax = b$ گاهی ممکن است مقدار برخی از مولفه های بردار مجهول $x$ معلوم باشد . در این بخش چگونگی اعمال این مقادیر معلوم در حل دستگاه معادله مورد بررسی قرار می گیرد . بدین منظور فرض کنید که مولفه اول از بردار $x$ یعنی $x_1$ دارای مقدار معلوم $\overline{x_1}$ باشد در این صورت

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & . & . & . & a_{1n} \\ . & & & & & . \\ . & & & & & . \\ a_{i1} & a_{i2} & . & . & . & a_{in} \\ . & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & . & . & . & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x_1} \\ . \\ . \\ x_i \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_n \end{bmatrix}$$

در چنین مواقعی معمولا مقدار $b_1$ بر خلاف سایر مولفه های بردار $b$ نامعلوم خواهد بود و لذا تعداد مجهولات دستگاه معادله کماکان برابر $n$ است . دو روش متداول برای اعمال این شرط مرزی وجود دارد :

## 1) روش تحویل دستگاه معادلات :

در این روش با فرض اینکه هدف اصلی از حل دستگاه معادلات یافتن مقادیر بردار $X$ است لذا می توان فرض کرد که تعداد مجهولات کاهش یافته و لذا تعداد معادلات کمتری $(n-1)$ برای حل آن مورد نیاز است . بر این اساس معادله اول از دستگاه معادله حذف شده و در سایر معادلات جمله حاوی مقدار $x_1$ بعنوان مقداری معلوم به سمت راست دستگاه معادله منتقل می شود . بدین ترتیب دستگاه معادله بصورت زیر نوشته می شود

$$\begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} & . & . & . & a_{2n} \\ . & . & . & & & . \\ . & & & & & . \\ a_{i2} & a_{i3} & . & . & . & a_{in} \\ . & . & . & . & & . \\ a_{n2} & . & . & . & . & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ . \\ . \\ x_i \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_2 - a_{21}\overline{x_1} \\ . \\ . \\ b_i - a_{i1}\overline{x_1} \\ . \\ b_n - a_{n1}\overline{x_1} \end{bmatrix}$$

# روش تاوانی :

در این روش از فرآیند تحویل دستگاه معادلات که خود مستلزم صرف هزینه و وقت است اجتناب می شود . بدین منظور عناصر سطر و ستون اول بجز عنصر قطری برابر صفر قرار داده شده و مقدار مولفه اول بردار دست راست بصورت زیر اصلاح می شود

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & & & & & \\ . & & & & & \\ 0 & a_{i2} & . & . & . & a_{in} \\ . & & & & & \\ 0 & a_{n2} & . & . & . & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ x_i \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}\,\overline{x_1} \\ . \\ . \\ b_i \\ . \\ b_n \end{bmatrix}$$

بدین ترتیب معادله اول مستقل از سایر معادلات شده و بصورت زیر نوشته می شود

$$a_{11}\,x_1 = a_{11}\,\overline{x_1} \Rightarrow x_1 = \overline{x_1}$$

و لذا شرایط مرزی مورد نظر بصورت خودکار اعمال می شود .

در فرآیندی دیگر می توان روش فوق را بدین صورت اصلاح کرد که عنصر قطری $a_{11}$ را در عددی بزرگ مثل $\alpha$ ضرب و مولفه اول بردار دست راست را برابر $\alpha a_{11}\overline{x_1}$ قرار داد . حل دستگاه معادله حاصل با استفاده از هر روش مناسب به مقدار $x = \overline{x_1}$ منجر خواهد شد .

- طراحی شبکه های حلقوی:

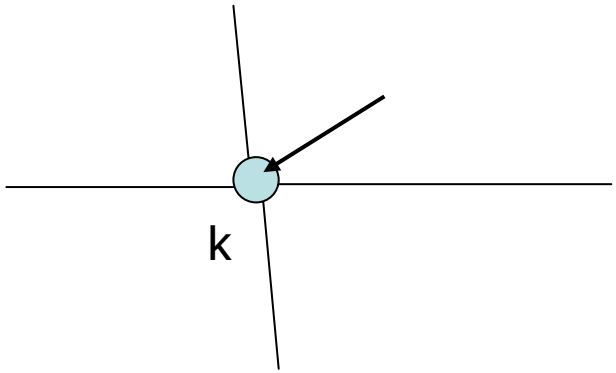
- مراحل طراحی شبکه های حلقوی :

۱. تهیه کروکی
۲. پیاده کردن طرح و layout شبکه ها
۳. برآورد جمعیت با توجه به عمر مفید شبکه
۴. تعیین دبی طراحی و انتخاب مقادیر فشار حداقل و حداکثر و سرعت حداقل و حداکثر
۵. تعیین دبی مصرفی هر گره
۶. تخمین قطر لوله ها
۷. تحلیل شبکه
۸. کنترل فشار و سرعت
۹. اصلاح قطرها و تکرار بندهای ۷ تا ۹

# فرمولبندی شبکه های حلقوی:

## معادلات حاکم:

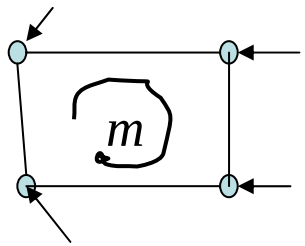
**در یک شبکه متشکل از L لوله ، K گره و M حلقه**




**معادلات پیوستگی:**

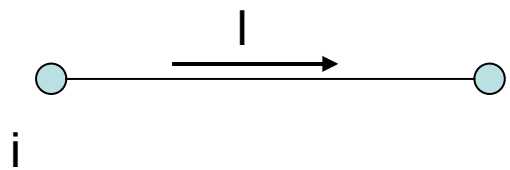
$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

**معادلات انرژی:**




$$\sum_{l \in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

**معادلات جریان:**



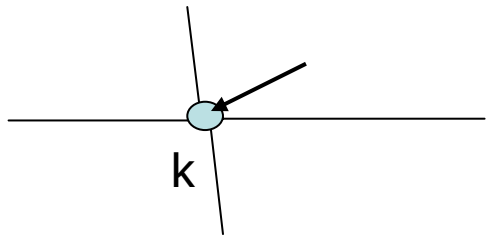

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$

# فرمولبندی شبکه های حلقوی:

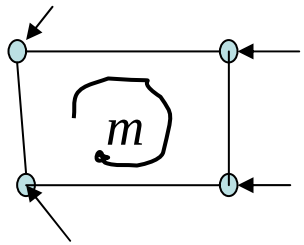
در یک شبکه متشکل از L لوله ، K گره و M حلقه

$$L=K+M-1$$

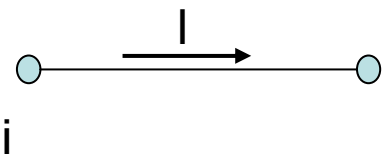
$$\sum_{l\to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$




$$\sum_{l\in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$




$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$




فرمولبندی به ۴ شکل انجام میشود:

1. معادلات **Q**
2. معادلات **H**
3. معادلات **ΔQ**
4. معادلات **Q-H**

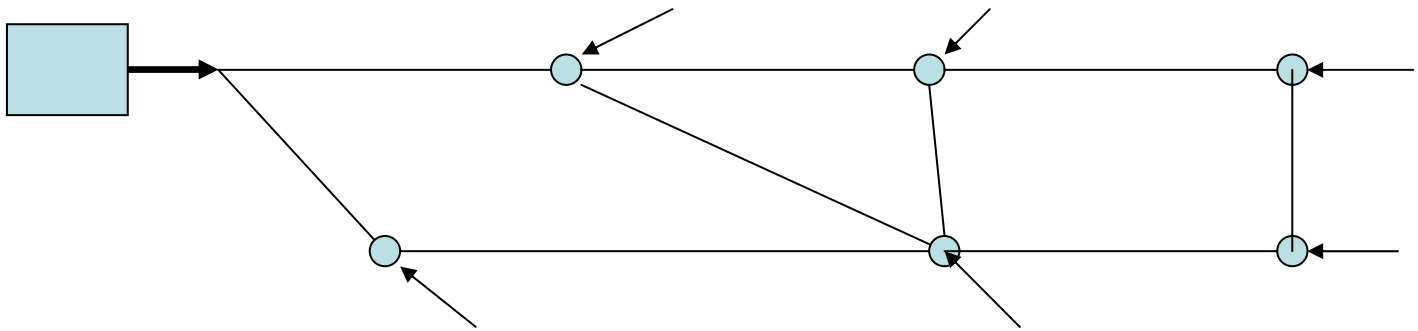
## فرمولبندی شبکه های حلقوی تک مخزن:

## متشکل از L لوله ، K گره و M حلقه

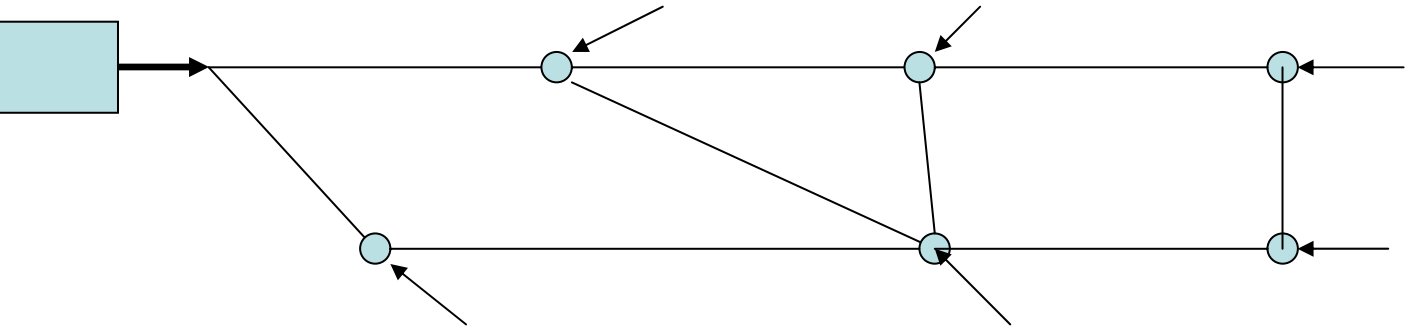
$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l \in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$



# معادلات Q .



$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l \in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$

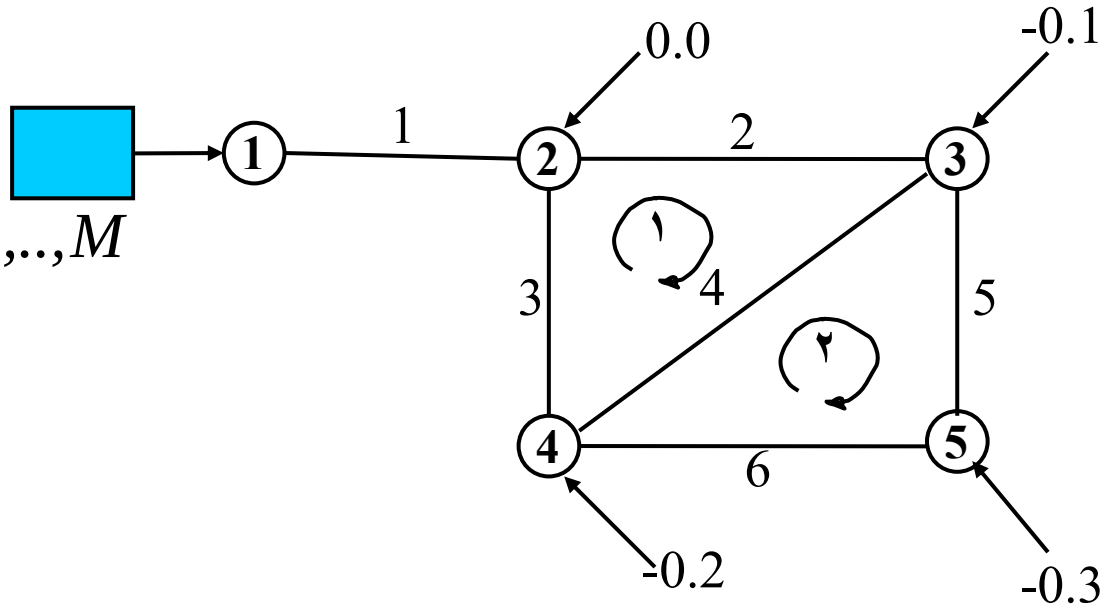
با منظور کردن دبی ها بعنوان مجهول مسا له و جایگزینی رابطه جریان در رابطه افت هد حلقه ها

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l \in m} \pm K_l Q_l^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l \in m} \pm K_l Q_l^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$




$$-Q_1 = -q_1 \qquad k = 1$$

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = -q_2 \qquad k = 2$$

$$Q_2 - Q_4 - Q_5 = -q_3 \qquad k = 3$$

$$Q_3 + Q_4 - Q_6 = -q_4 \qquad k = 4$$

$$Q_5 + Q_6 = -q_5 \qquad k = 5$$

$$K_2 Q_2^n + K_4 Q_4^n - K_3 Q_3^n = 0.0 \qquad m = 1$$

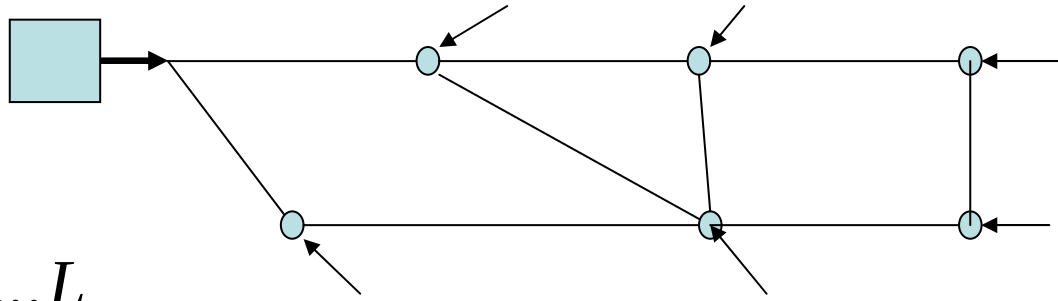
$$-K_6 Q_6^n - K_4 Q_4^n + K_5 Q_5^n = 0.0 \qquad m = 2$$

## معادلات H :

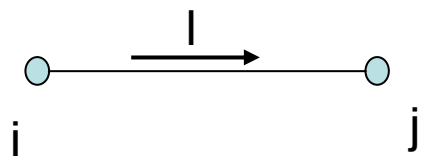
$$\sum_{l\to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l\in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$



$$Q_l = \left(\frac{H_i - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}}$$

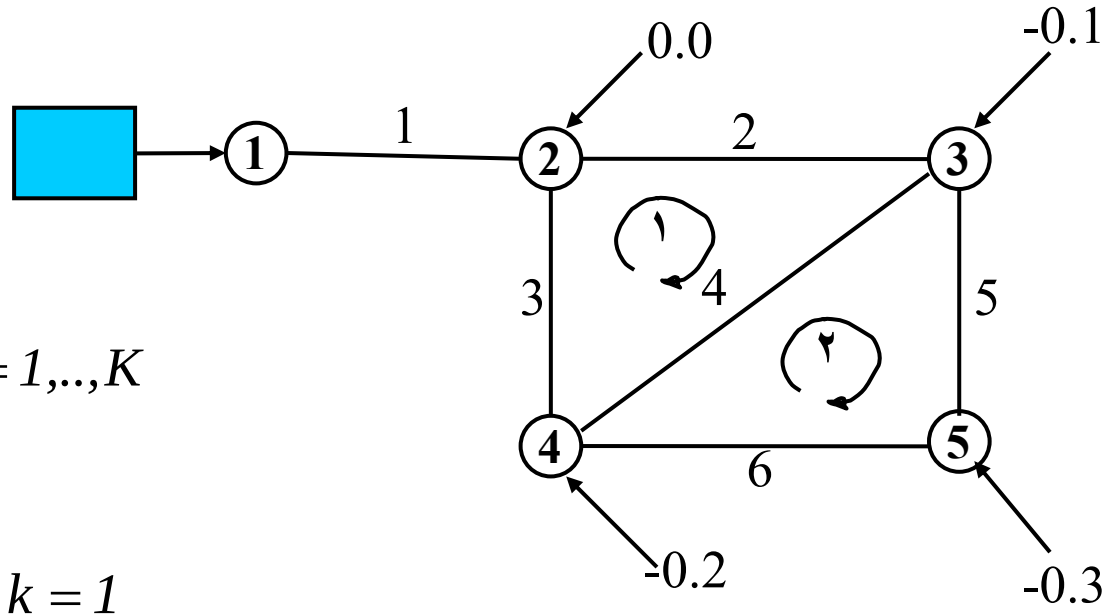



با استفاده از رابطه افت هد در معادلات پیوستگی

$$\sum_{l\to k} \pm \left(\frac{H_i - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

تامین خودکار معادلات انرژی

$$\sum_{l\to k} \pm \left(\frac{H_i - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} = -q_k \qquad k = 1,..,K$$




$$\sum_{l\to k} \pm \frac{(H_i - H_j)^{\frac{1}{n}}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}} = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$-K_1^{-1/n}(H_1 - H_2)^{1/n} = -q_1 \qquad k = 1$$

$$K_1^{-1/n}(H_1 - H_2)^{1/n} - K_2^{-1/n}(H_2 - H_3)^{1/n} - K_3^{-1/n}(H_2 - H_4)^{1/n} = -q_2 \qquad k = 2$$

$$K_2^{-1/n}(H_2 - H_3)^{1/n} - K_4^{-1/n}(H_3 - H_4)^{1/n} - K_5^{-1/n}(H_3 - H_5)^{1/n} = -q_3 \qquad k = 3$$

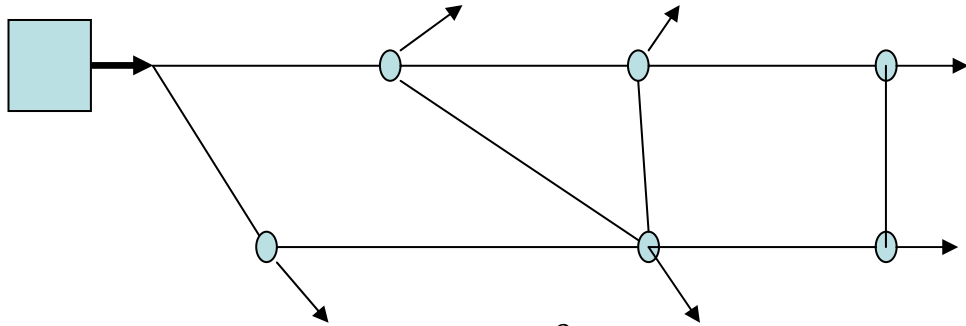
$$K_3^{-1/n}(H_2 - H_4)^{1/n} + K_4^{-1/n}(H_3 - H_4)^{1/n} - K_6^{-1/n}(H_4 - H_5)^{1/n} = -q_4 \qquad k = 4$$

$$K_5^{-1/n}(H_3 - H_5)^{1/n} + K_6^{-1/n}(H_4 - H_5)^{1/n} = -q_5 \qquad k = 5$$

$$\sum_{l\to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

## معادلات $\Delta Q$ :

$$\sum_{l\in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$



$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$

فرض دبی جریان $Q_l^0$ در لوله ها به گونه ای که

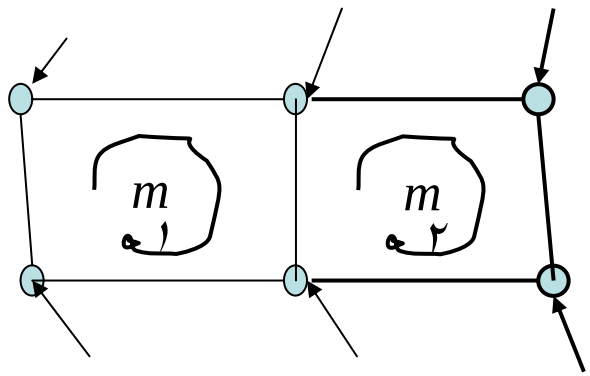
$$\sum_{l\to k} \pm Q_l^0 + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l Q_l^{0^n} \neq 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

.عموما این مقادیر دبی رابطه حلقه ها را ارضا نمی کنند

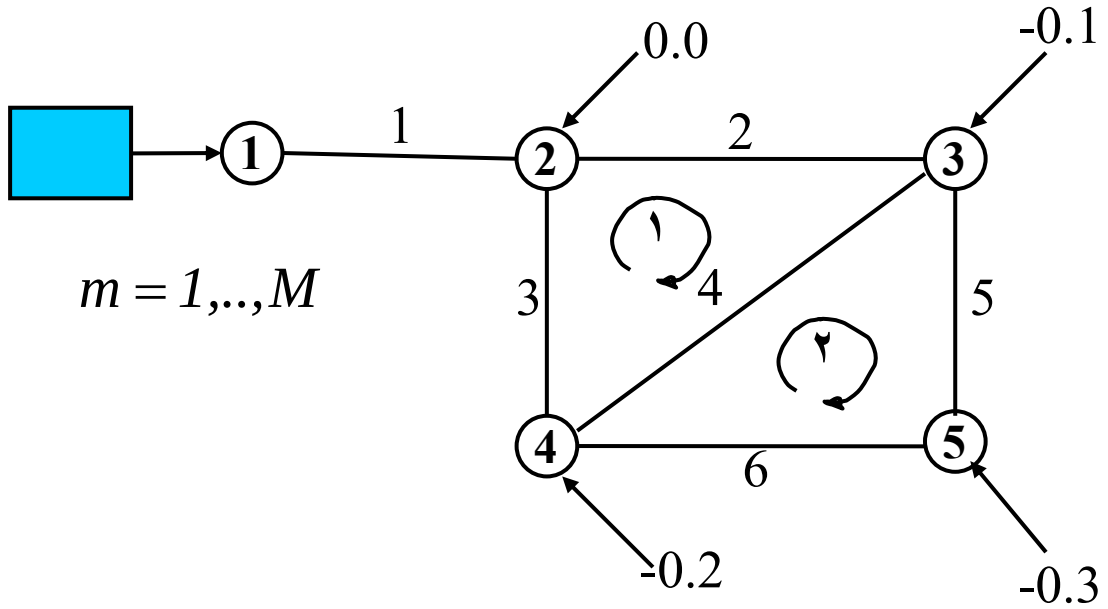
$$\sum_{l\in m} \pm K_l (Q_l^0 + \Delta Q_l)^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$\Delta Q_l = \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im}$$




$$\sum_{l\in m} \pm K_l (Q_l^0 + \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im})^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

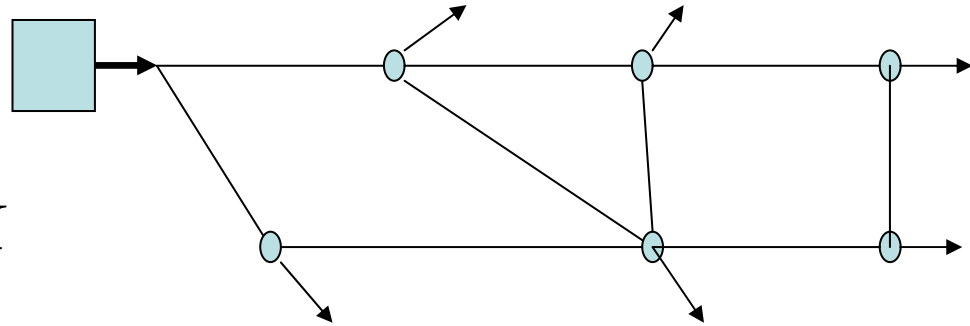
$$\sum_{l \in m} \pm K_l \left( Q_l^0 + \sum_{im \in l} \pm \Delta Q_{im} \right)^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$




$$K_2 \left( Q_2^0 + \Delta Q_1 \right)^n + K_4 \left( Q_4^0 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \right)^n - K_3 \left( Q_3^0 - \Delta Q_1 \right)^n = 0.0 \qquad m = 1$$

$$K_5 \left( Q_5^0 + \Delta Q_2 \right)^n - K_6 \left( Q_6^0 - \Delta Q_2 \right)^n - K_4 \left( Q_4^0 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \right)^n = 0.0 \qquad m = 2$$

# معادلات H - Q .



$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l \in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$

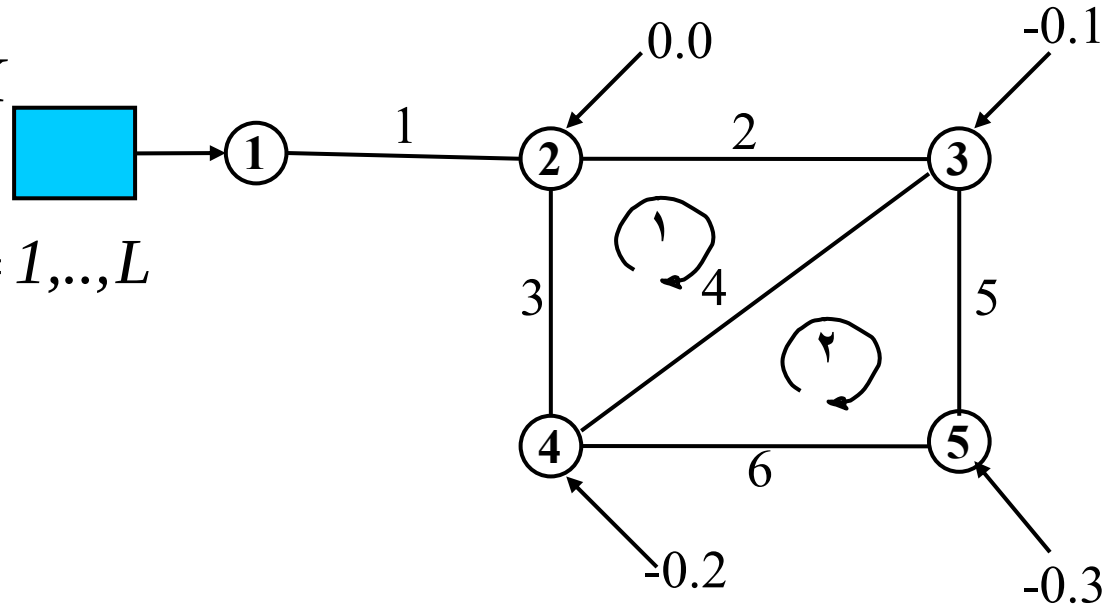
با منظور کردن دبی لوله ها و هدهای گرهها بعنوان مجهول مسا له رابطه افت هد حلقه ها بطور خودکار تامین میشود

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$h_{f\,l} = H_i - H_j = K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$




$$-Q_1 = -q_1 \qquad k = 1$$

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = -q_2 \qquad k = 2$$

$$Q_2 - Q_4 - Q_5 = -q_3 \qquad k = 3$$

$$Q_3 + Q_4 - Q_6 = -q_4 \qquad k = 4$$

$$Q_5 + Q_6 = -q_5 \qquad \mathrm{k} = 5$$

$$H_1 - H_2 = K_1 Q_1^n \qquad l = 1$$

$$H_2 - H_3 = K_2 Q_2^n \qquad l = 2$$

$$H_2 - H_4 = K_3 Q_3^n \qquad l = 3$$

$$H_3 - H_4 = K_4 Q_4^n \qquad l = 4$$

$$H_3 - H_5 = K_5 Q_5^n \qquad l = 5$$

$$H_4 - H_5 = K_6 Q_6^n \qquad l = 6$$

## روشهای حل معادلات:

۱- روش تکرار ساده

۲- روش نیوتن رافسون

# روش تکرار ساده:

$$F(x)=0.0$$

تبدیل رابطه بصورت

$$x=G(x)$$

استفاده از فرآیند تکراری با شروع از حدس اولیه $x^0$

$$x^{k+1}=G(x^k)$$

تکرار محاسبات تا حصول همگرایی

$$\left\|x^{k+1}-x^k\right\|\le\varepsilon$$

در صورت برداری بودن مسآله $\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,....,x_n)$

$$K(x^k)x^{k+1}=g(x^k) \qquad x^{k+1}=K^{-1}(x^k)g(x^k)=G(x^k)$$

$$(x_i^{k+1}-x_i^k)\le\varepsilon \qquad i=1,2,....,n$$

$$Max(x_i^{k+1}-x_i^k)\le\varepsilon \qquad i=1,2,....,n$$

ویژگیها:

حدس اولیه: هر مقدار فرضي

همگرايي تابعي از خصوصيات $G(x)$

همگرایی کند: تسریع همگرایی از طریق درونیابي یا برونیابي جواب تکرارهای متوالی

$$x^{k+1} = \alpha\, x^{k+1} + (1-\alpha)x^{k} \qquad k = 1,2,...$$

$$0 \le \alpha \le 2$$

ماتریس $K(x)$ معمولآ نا متقارن

# روش نیوتن رافسون:

روشی مناسب برای حل معادلات غیر خطی $F(x)=0.0$

با استفاده از حدس اولیه $x^k$ $F(x^k)\neq 0.0$

هدف یافتن مقدار اصلاحی $\Delta x$ بگونه ای که

$$\Delta x = x^{k+1} - x^k$$

$$F(x^k+\Delta x)=F(x^{k+1})=0.0$$

با استفاده از بسط تیلور

$$F(x^k+\Delta x)=F(x^k)+\Delta x F'(x^k)+\frac{\Delta x^2}{2}F''(x^k)+\ldots$$

با صرفنظر کردن از جملات مرتبه دوم به بالا با فرض کوچک بودن $\Delta x$

$$\Delta x=\frac{-F(x^k)}{F'(x^k)}$$

این رابطه را میتوان با استفاده از تعریف مشتق بصورت زیر نیز بدست آورد.

$$F'(x^k) = \frac{dF(x^k)}{\Delta x} = \frac{F(x^k + \Delta x) - F(x^k)}{\Delta x}$$

با فرض $F(x^k + \Delta x) = 0.0$

$$\Delta x = \frac{-F(x^k)}{F'(x^k)}$$

در شرایطی که با دو معادله و دو متغییر مواجه هستیم

$$F_1(x_1, x_2) = 0.0$$

$$F_2(x_1, x_2) = 0.0$$

با استفاده از تعریف مشتق کامل

$$dF_1 = F_1(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) - F_1(x_1, x_2) = \frac{\partial F_1}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial F_1}{\partial x_2}\Delta x_2$$

$$dF_2 = F_2(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2) - F_2(x_1, x_2) = \frac{\partial F_2}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial F_2}{\partial x_2}\Delta x_2$$

با فرض

$$F_1(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2) = F_2(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2) = 0.0$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial F_1}{\partial x_2}\Delta x_2 = -F_1(x_1, x_2)$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial F_2}{\partial x_2}\Delta x_2 = -F_2(x_1, x_2)$$

شکل ماتریسی

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \\ \Delta x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1 \\ \\ -F_2 \end{bmatrix}$$

در حالت چند معادله و چند متغیر

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_j} & \cdots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ \frac{\partial F_i}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial F_i}{\partial x_j} & \cdots & \frac{\partial F_i}{\partial x_n} \\ \cdots & & \cdots & & \cdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial F_n}{\partial x_j} & \cdots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ . \\ . \\ . \\ \Delta x_i \\ . \\ . \\ . \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1 \\ . \\ . \\ . \\ -F_j \\ . \\ . \\ . \\ -F_n \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}\Delta\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{F}$$

$$\boldsymbol{H}^{\boldsymbol{k}}\Delta\boldsymbol{x} = -\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{k}} \qquad \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k+1}} = \boldsymbol{x}^{\boldsymbol{k}} + \Delta\boldsymbol{x}$$

تکرار محاسبات تا حصول همگرایی

$$H_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}$$

عنصر نمونه ماتریس و بردار دست راست

$$\sum_j H_{ij}\Delta x_j = -F_i$$

سطر i ام دستگاه معادلات

ویژگیها:

حدس اولیه: نزدیك به مقادیر واقعي

همگرایي همیشگي و سریع

تضمین همگرایی از طریق درونیابي جواب تکرارهای متوالی

$$x^{k+1} = \alpha\, x^{k+1} + (1-\alpha)x^{k} \qquad k = 1,2,...$$

$$x^{k+1} = x^{k} + \alpha\Delta x \qquad k = 1,2,...$$

$$0 \le \alpha \le 1$$

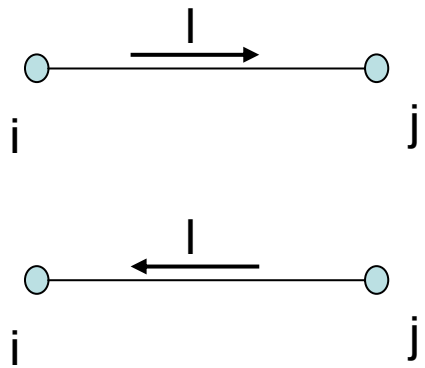
ماتریس $H(x)$ همیشه متقارن

## . حل معادلات Q : روش تکرار ساده

$$\sum_{l\to k} \pm Q_l + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l\in m} \pm h_{f\,l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

استفاده از رابطه $h_{f_l} = K_l Q_l^n$ مستلزم $Q_l > 0$




$$h_{f_l} = H_i - H_j$$

$$h_{f_l} = K_l Q_l^n \qquad if \;\; Q_l > 0$$

$$h_{f_l} = -K_l \left|Q_l\right|^n \qquad if \;\; Q_l < 0$$

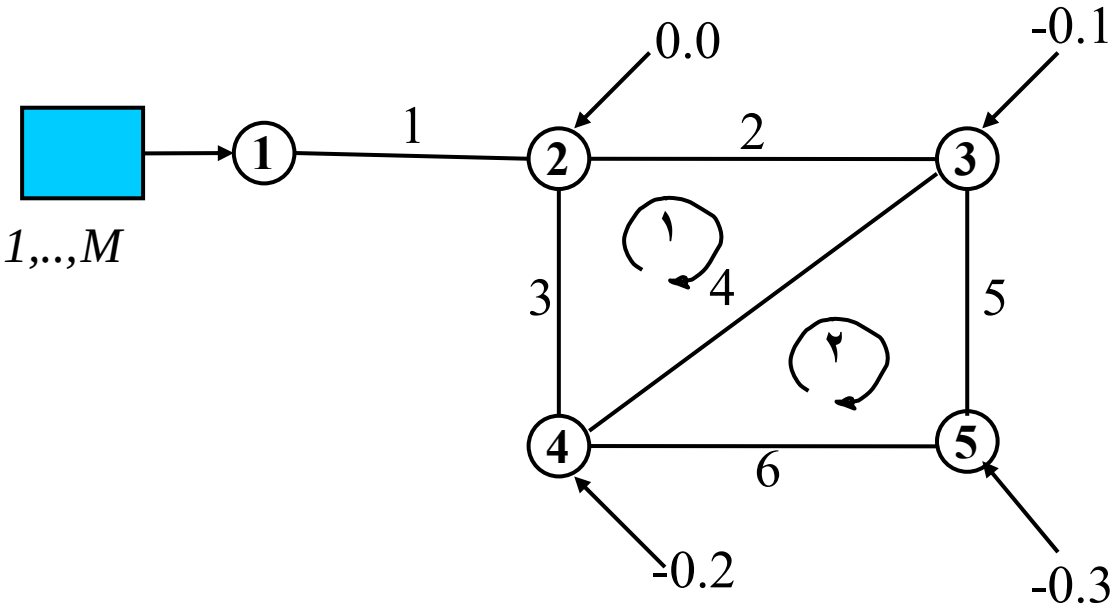
$$h_{f_l} = K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l$$

$$\sum_{l\to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l \in m} \pm K_l \left| Q_l \right|^{n-1} Q_l = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$




$$-Q_1 = -q_1 \qquad k = 1$$

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = -q_2 \qquad k = 2$$

$$Q_2 - Q_4 - Q_5 = -q_3 \qquad k = 3$$

$$Q_3 + Q_4 - Q_6 = -q_4 \qquad k = 4$$

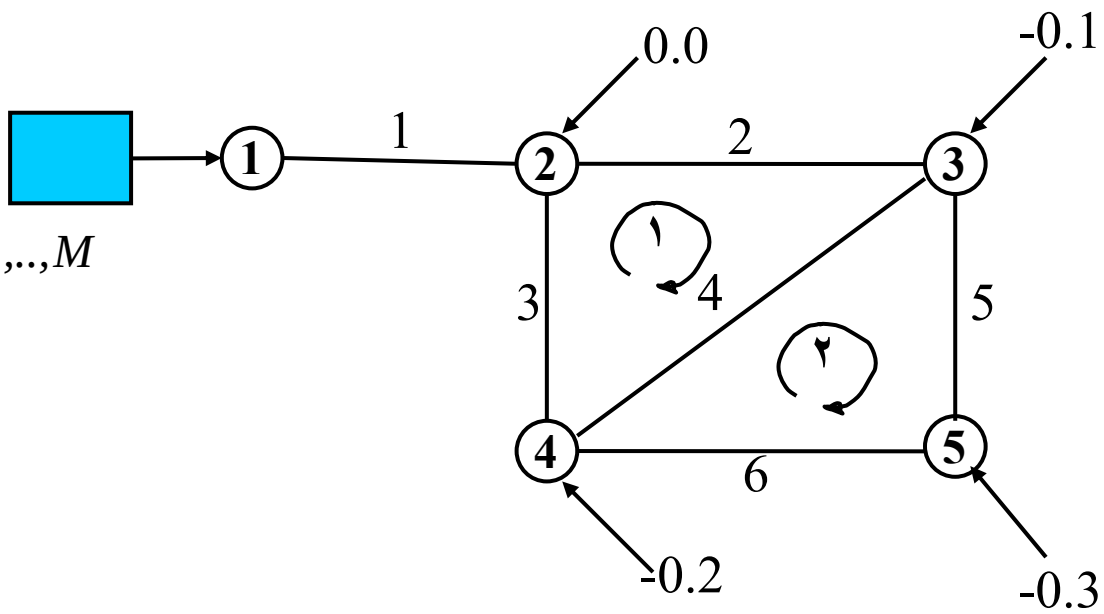
$$Q_5 + Q_6 = -q_6 \qquad k = 5$$

$$K_2 \left| Q_2 \right|^{n-1} Q_2 + K_4 \left| Q_4 \right|^{n-1} Q_4 - K_3 \left| Q_3 \right|^{n-1} Q_3 = 0.0 \qquad m = 1$$

$$-K_6 \left| Q_6 \right|^{n-1} Q_6 - K_4 \left| Q_4 \right|^{n-1} Q_4 + K_5 \left| Q_5 \right|^{n-1} Q_5 = 0.0 \qquad m = 2$$

$$\sum_{l\to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$




$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & K_2\left|Q_2\right|^{n-1} & -K_3\left|Q_3\right|^{n-1} & K_4\left|Q_4\right|^{n-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4\left|Q_4\right|^{n-1} & K_5\left|Q_5\right|^{n-1} & -K_6\left|Q_6\right|^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix}$$

$$-Q_1 = -q_1 \qquad k = 1$$

## استفاده از روش تکرار ساده: نظریه خطی

ویژگیها:

حدس اولیه: دبی واحد برای همه لوله ها

همگرایی کند : خاصیت نوسانی دبیها در تکرارهای متوالی

تسریع همگرایی از طریق میانگین گیری از دبیهای تکرارهای متوالی بعد از تکرار اول

$$Q^{k+1} = \alpha Q^{k+1} + (1-\alpha)Q^{k} \qquad k = 2,3,...$$

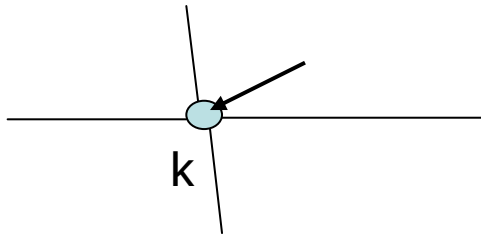
$$0 \le \alpha \le 1 \qquad \alpha = 0.5$$

ماتریس نا متقارن – غیر نواری و نسبتآ پر

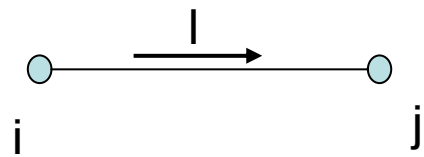
ابعاد دستگاه معادله به اندازه تعداد لوله های شبکه

## . حل معادلات H : روش تکرار ساده

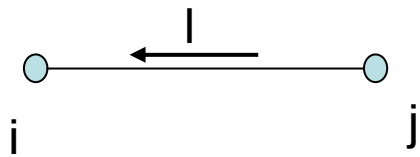
$$\sum_{l\to k} \pm \left(\frac{H_i - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$




$$Q_l = \left(\frac{H_i - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad if \quad H_i > H_j$$




$$Q_l = -\left(\frac{H_j - H_i}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} \qquad if \quad H_j > H_i$$

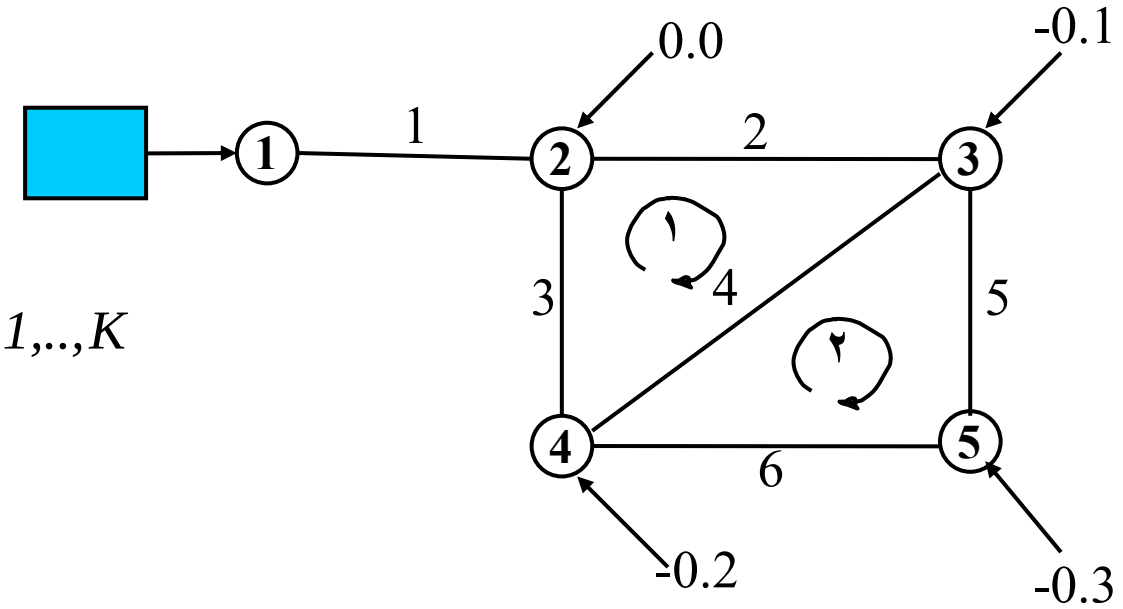



$$Q_l = \frac{\left|H_i - H_j\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}}(H_i - H_j)$$

$$\sum_{l\to k} \pm \frac{\left|H_i - H_j\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}}(H_i - H_j) = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$R_l = \frac{\left|H_i - H_j\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}}$$

$$\sum_{l\to k} \pm R_l(H_i - H_j) = -q_k \qquad k = 1,..,K$$




$$\sum_{l\to k} \pm R_l(H_i - H_j) = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$R_l = \frac{\left|H_i - H_j\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}}$$

$$-R_1(H_1 - H_2) = -q_1 \qquad k = 1$$

$$R_1(H_1 - H_2) - R_2(H_2 - H_3) - R_3(H_2 - H_4) = -q_2 \qquad k = 2$$

$$R_2(H_2 - H_3) - R_4(H_3 - H_4) - R_5(H_3 - H_5) = -q_3 \qquad k = 3$$

$$R_3(H_2 - H_4) + R_4(H_3 - H_4) - R_6(H_4 - H_5) = -q_4 \qquad k = 4$$

$$R_5(H_3 - H_5) + R_6(H_4 - H_5) = -q_5 \qquad k = 5$$

$$-R_1H_1 + R_1H_2 = -q_1 \qquad k = 1$$

$$R_1H_1 - R_1H_2 - R_2H_2 + R_2H_3 - R_3H_2 + R_3H_4 ) = -q_2 \qquad k = 2$$

$$R_2H_2 - R_2H_3 - R_4H_3 + R_4H_4 - R_5H_3 + R_5H_5 = -q_3 \qquad k = 3$$

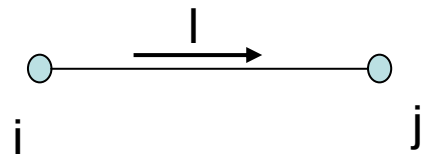
$$R_3H_2 - R_3H_4 + R_4H_3 - R_4H_4 - R_6H_4 + R_6H_5 ) = -q_4 \qquad k = 4$$

$$R_5H_3 - R_5H_5 + R_6H_4 - R_6H_5 = -q_5 \qquad k = 5$$

$$\begin{bmatrix} -R_1 & R_1 & 0 & 0 & 0 \\ R_1 & -R_{1+2+3} & R_2 & R_3 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_{2+4+5} & R_4 & R_5 \\ 0 & R_3 & R_4 & -R_{3+4+6} & R_6 \\ 0 & 0 & R_5 & R_6 & -R_{5+6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \end{bmatrix}$$

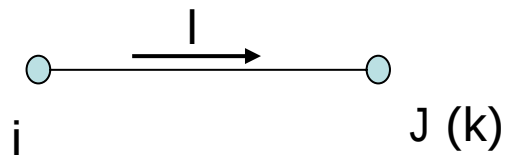
# . حل معادلات H : روش تکرار ساده

$$\sum_{l\to k} \pm \frac{\left|H_i - H_j\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}} (H_i - H_j) + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

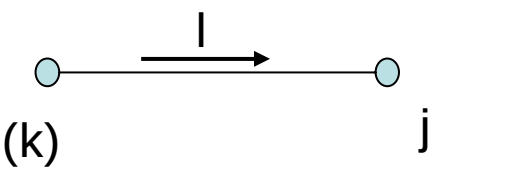



## ورودی به گره k

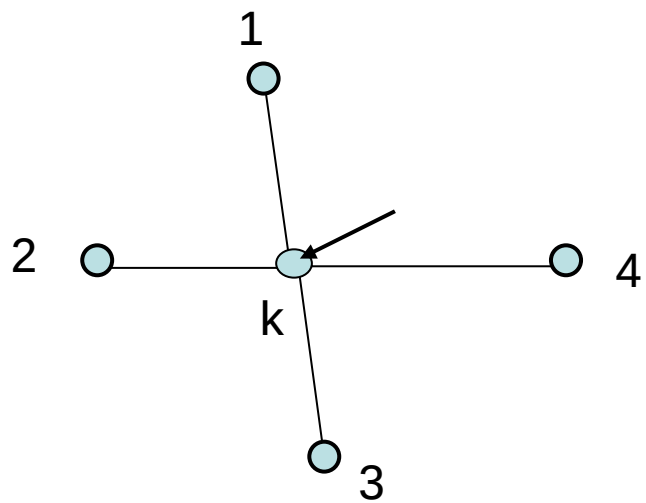
$$Q_l = \frac{\left|H_i - H_k\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}} (H_i - H_k)$$

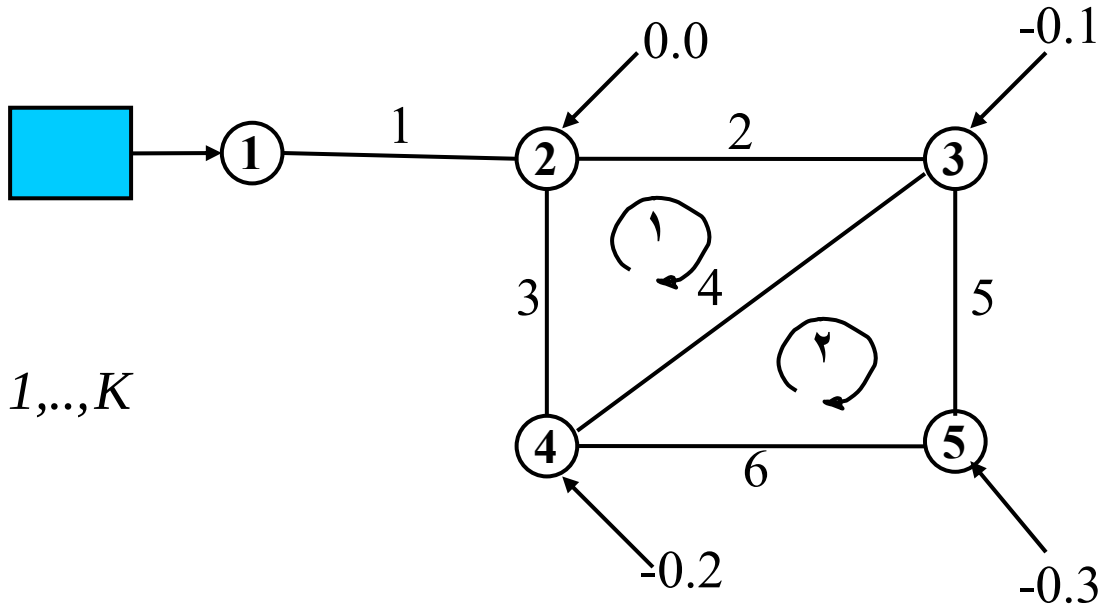



$$-Q_l = -\frac{\left|H_j - H_k\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}} (H_k - H_j) = \frac{\left|H_j - H_k\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}} (H_j - H_k)$$




$$\sum_{i\to k} \frac{\left|H_i - H_k\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}} (H_i - H_k) + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$






$$\sum_{i \to k} R_l ( H_i - H_k ) = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

$$R_l = \frac{\left| H_i - H_k \right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{\frac{1}{n}}}$$

$$R_1 ( H_2 - H_1 ) = -q_1 \qquad k = 1$$

$$R_1 ( H_1 - H_2 ) + R_2 ( H_3 - H_2 ) + R_3 ( H_4 - H_2 ) = -q_2 \qquad k = 2$$

$$R_2 ( H_2 - H_3 ) + R_4 ( H_4 - H_3 ) + R_5 ( H_5 - H_3 ) = -q_3 \qquad k = 3$$

$$R_3 ( H_2 - H_4 ) + R_4 ( H_3 - H_4 ) + R_6 ( H_5 - H_4 ) = -q_4 \qquad k = 4$$

$$R_5 ( H_3 - H_5 ) + R_6 ( H_4 - H_5 ) = -q_5 \qquad k = 5$$

ویژگیها:

حدس اولیه: ضرورت مقادیر متفاوت برای هدهای گرههای دو سر لوله ها همگرایی کند

تسریع همگرایی از طریق برونیابي هدهای تکرارهای متوالی

$$H^{k+1} = \alpha H^{k+1} + (1-\alpha)H^{k} \qquad k = 1,2,3,...$$

$$1 \le \alpha \le 2 \qquad \alpha = 1.5$$

ماتریس متقارن و نواری

ابعاد دستگاه معادله به اندازه تعداد گرههای شبکه

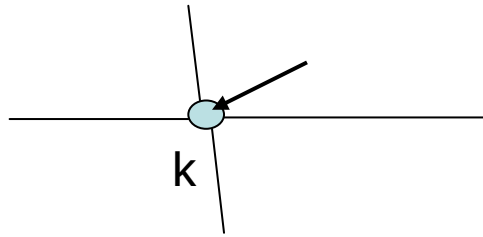
خاصیت غیر خطی شدیدتر نسبت به معادلات نظریه خطی

امکان حل دستگاه معادلات بصورت لوله به لوله بدون نیاز به تشکیل ماتریس ضرایب شبکه

## . حل معادلات H : روش نیوتن رافسون

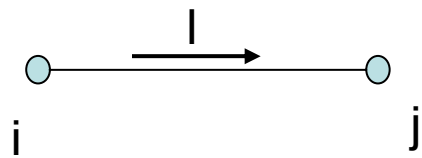
### ۱- روش اول

$$\sum_{l\to k}\left(\frac{H_i - H_k}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$




$$\sum_{l\to k}\frac{(H_i - H_k)^{n'}}{(K_l)^{n'}} + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$n' = 1/n$$




$$\boldsymbol{F_k(H_1,....,H_K)} = \boldsymbol{F_k(H)} = \sum_{i\to k}\frac{(H_i - H_k)^{n'}}{(K_l)^{n'}} + q_k \qquad k = 1,...,K$$

$$\boldsymbol{F_k(H+\Delta H)} = \sum_{i\to k}\frac{[(H_i + \Delta H_i) - (H_k + \Delta H_k)]^{n'}}{(K_l)^{n'}} + q_k = 0.0 \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{i\to k}\frac{[(H_i-H_k)+(\Delta H_i-\Delta H_k)]^{n'}}{(K_l)^{n'}}+q_k=0.0 \qquad k=1,..,K$$

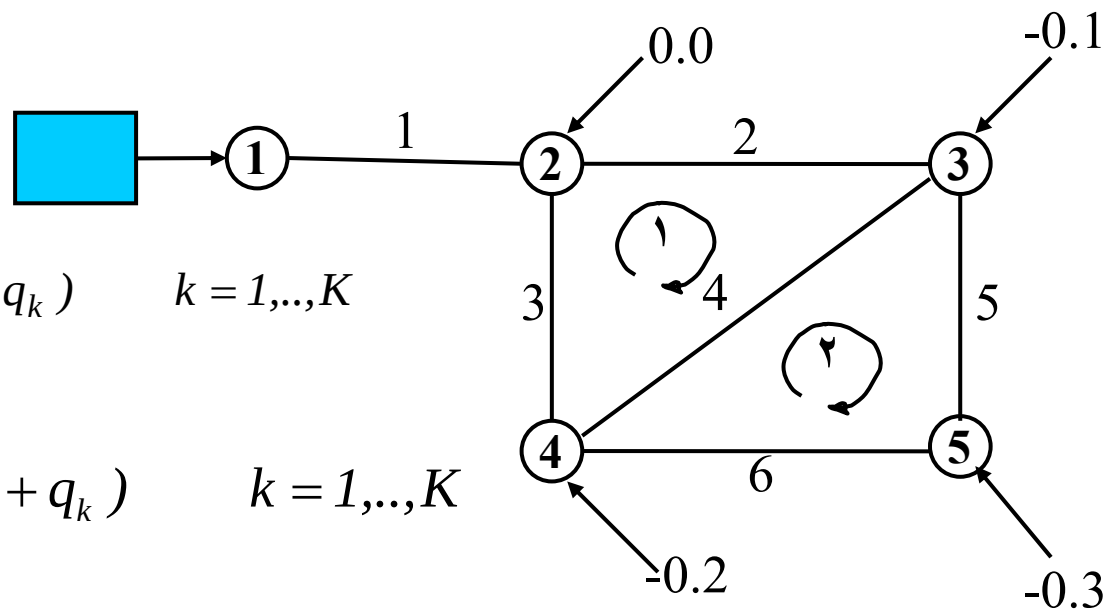
$$\sum_{i\to k}\frac{(H_i-H_k)^{n'}+n'(H_i-H_k)^{n'-1}(\Delta H_i-\Delta H_k)}{(K_l)^{n'}}+q_k=0.0 \qquad k=1,..,K$$

$$\sum_{i\to k}\frac{(H_i-H_k)^{n'}}{(K_l)^{n'}}+\frac{n'(H_i-H_k)^{n'-1}(\Delta H_i-\Delta H_k)}{(K_l)^{n'}}+q_k=0.0 \qquad k=1,..,K$$

$$\sum_{i\to k}\frac{n'(H_i-H_k)^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}(\Delta H_i-\Delta H_k)=-(\sum_{l\to k}\pm Q_l+q_k) \qquad k=1,..,K$$

$$\sum_{i\to k}R_l'(\Delta H_i-\Delta H_k)=-(\sum_{l\to k}\pm Q_l+q_k) \qquad k=1,..,K$$

$$R_l'=\frac{n'\left|H_i-H_k\right|^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}$$




$$\sum_{i\to k} R_l'(\Delta H_i - \Delta H_k) = -(\sum_{l\to k} \pm Q_l + q_k) \qquad k = 1,..,K$$

$$\sum_{i\to k} R_l'(\Delta H_i - \Delta H_k) = -(\sum_{l\to k} \pm Q_l + q_k) \qquad k = 1,..,K$$

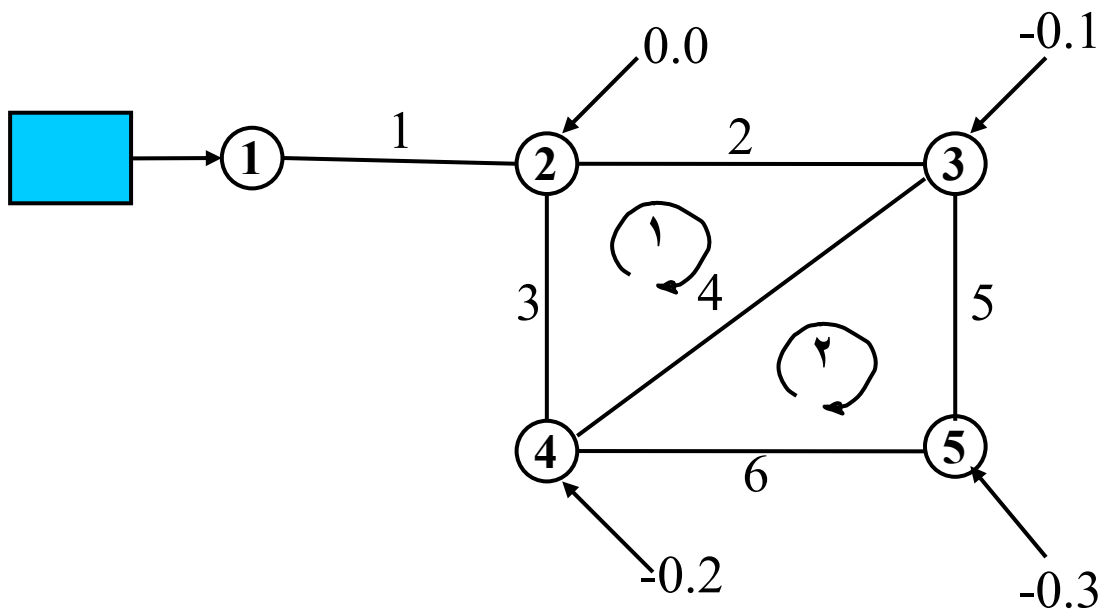
$$R_1'(\Delta H_2 - \Delta H_1) = -(-Q_1 + q_1) \qquad k = 1$$

$$R_1'(\Delta H_1 - \Delta H_2) + R_2'(\Delta H_3 - \Delta H_2) + R_3'(\Delta H_4 - \Delta H_2) = -(Q_1 - Q_2 - Q_3 + q_2) \qquad k = 2$$

$$R_2'(\Delta H_2 - \Delta H_3) + R_4'(\Delta H_4 - \Delta H_3) + R_5'(\Delta H_5 - \Delta H_3) = -(Q_2 - Q_4 - Q_5 + q_3) \qquad k = 3$$

$$R_3'(\Delta H_2 - \Delta H_4) + R_4'(\Delta H_3 - \Delta H_4) + R_6'(\Delta H_5 - \Delta H_4) = -(Q_3 + Q_4 - Q_6 + q_4) \qquad k = 4$$

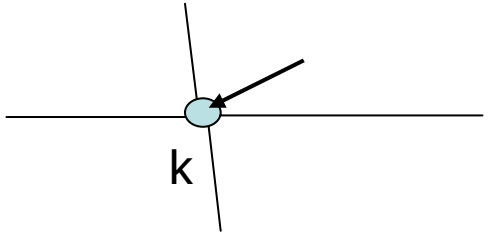
$$R_5'(\Delta H_3 - \Delta H_5) + R_6'(\Delta H_4 - \Delta H_5) = -(Q_5 + Q_6 + q_5) \qquad k = 5$$




$$\begin{bmatrix} -R'_1 & R'_1 & 0 & 0 & 0 \\ R'_1 & -R'_{1+2+3} & R'_2 & R'_3 & 0 \\ 0 & R'_2 & -R'_{2+4+5} & R'_4 & R'_5 \\ 0 & R'_3 & R'_4 & -R'_{3+4+6} & R'_6 \\ 0 & 0 & R'_5 & R'_6 & -R'_{5+6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} In_1 \\ In_2 \\ In_3 \\ In_4 \\ In_5 \end{bmatrix}$$

## . حل معادلات H : روش نیوتن رافسون

### ۱- روش دوم




$$F_k(H_1,....,H_K) = F_k(H) = \sum_{i\to k} \frac{(H_i - H_k)^{n'}}{(K_l)^{n'}} + q_k \qquad k = 1,...,K$$

$$A^k \Delta x = F^k$$

$$A_{km} = \begin{cases} \dfrac{\partial F_k}{\partial H_m} = 0.0 & if\ m \neq i\ (m \notin l) \\ \displaystyle\sum_{i\to k} \frac{n'(H_i - H_k)^{n'-1}}{(K_l)^{n'}} = R'_l & if\ m = i\ (m \in l) \end{cases}$$

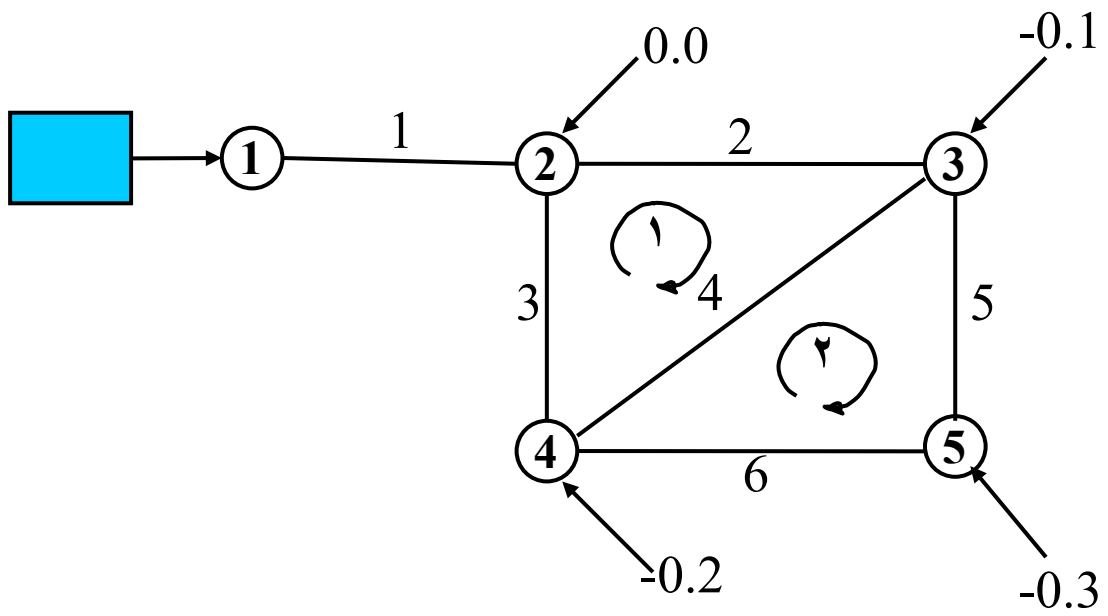
$$R'_l = \frac{n'\left|H_i - H_k\right|^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}$$

$$A_{kk} = \frac{\partial F_k}{\partial H_k} = \sum_{i\to k} \frac{-n'(H_i - H_k)^{n'-1}}{(K_l)^{n'}} = \sum_{i\to k} -R'_l$$

$$A_{km} = 0.0 \qquad if\ m \neq i$$

$$= R'_l \qquad if\ m = i$$

$$A_{kk} = \sum_{i \to k} - R'_l$$




$$\begin{bmatrix} -R'_1 & R'_1 & 0 & 0 & 0 \\ R'_1 & -R'_{1+2+3} & R'_2 & R'_3 & 0 \\ 0 & R'_2 & -R'_{2+4+5} & R'_4 & R'_5 \\ 0 & R'_3 & R'_4 & -R'_{3+4+6} & R'_6 \\ 0 & 0 & R'_5 & R'_6 & -R'_{5+6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} In_1 \\ In_2 \\ In_3 \\ In_4 \\ In_5 \end{bmatrix}$$

ویژگیها:

حدس اولیه: ضرورت مقادیر مناسب ومتفاوت برای هدهای گرههای دو سر لوله ها

سرعت همگرایی بالا
ماتریس متقارن و نواری

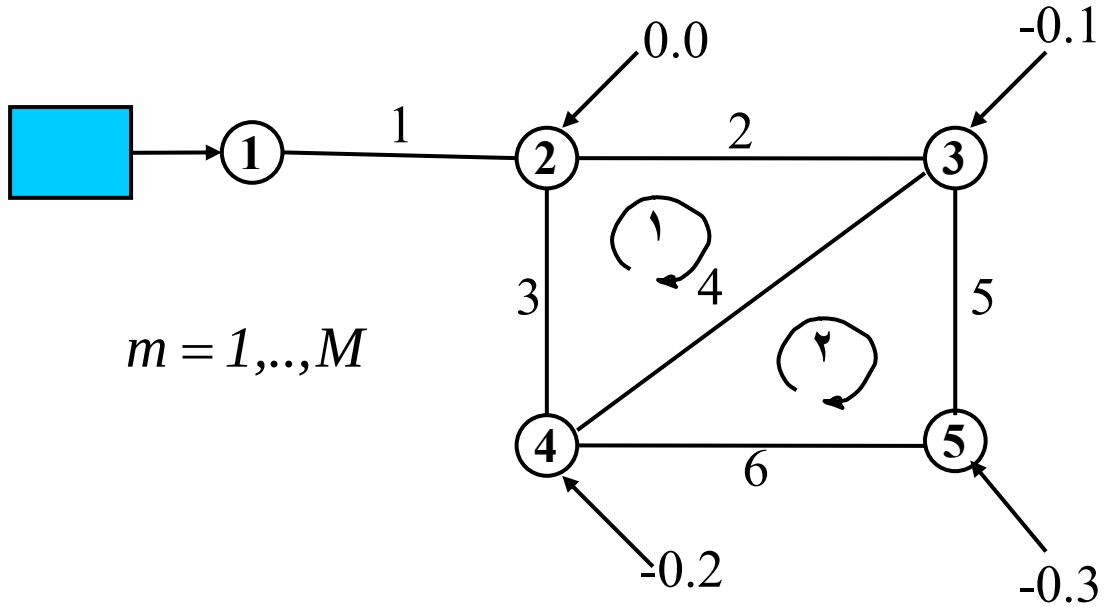
ابعاد دستگاه معادله به اندازه تعداد گرههای شبکه

امکان حل دستگاه معادلات بصورت لوله به لوله بدون نیاز به تشکیل ماتریس ضرایب شبکه

## . حل معادلات $\Delta Q$ :

$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left( Q_l^0 + \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} \right)^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

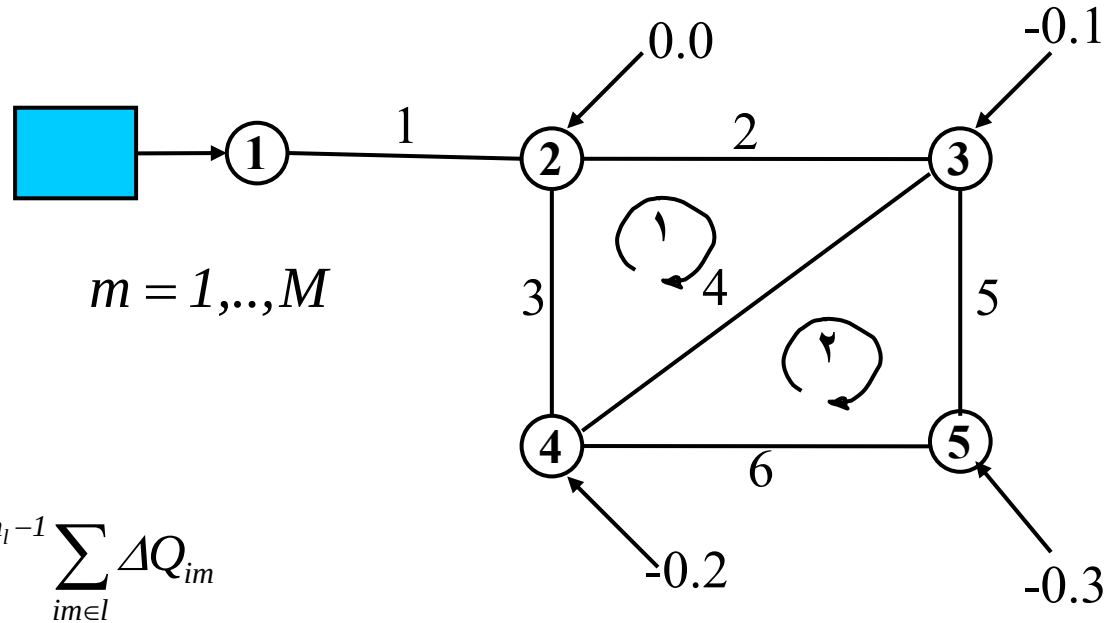
حذف زبروند 0




$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left( Q_l + \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} \right)^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

$$K_2 \left( Q_2 + \Delta Q_1 \right)^n + K_4 \left( Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \right)^n - K_3 \left( Q_3 - \Delta Q_1 \right)^n = 0.0 \qquad m = 1$$

$$K_5 \left( Q_5 + \Delta Q_2 \right)^n - K_6 \left( Q_6 - \Delta Q_2 \right)^n - K_4 \left( Q_4 + \Delta Q_1 - \Delta Q_2 \right)^n = 0.0 \qquad m = 2$$




$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left( Q_l + \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} \right)^{n_l} = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

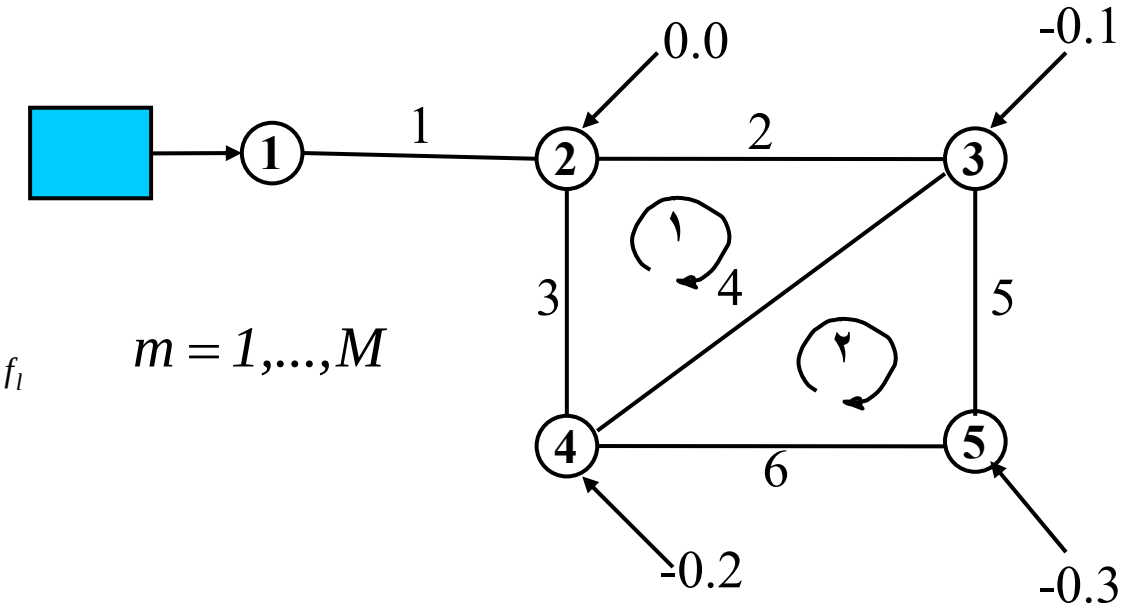
$$(a+b)^n = a^n + n a^{n-1} b$$

$$\left( Q_l + \sum_{im\in l} \Delta Q_{im} \right)^{n_l} = Q_l^{\,n_l} + n_l \, Q_l^{\,n_l - 1} \sum_{im\in l} \Delta Q_{im}$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left( Q_l + \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} \right)^{n_l} = 0.0 \qquad m = 1,...,M$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l Q_l^{\,n_l} + \sum_{l\in m} \pm n_l K_l Q_l^{\,n_l - 1} \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} = 0.0 \qquad m = 1,...,M$$

$$\sum_{l\in m} \pm n_l K_l Q_l^{\,n_l - 1} \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} = -\sum_{l\in m} \pm K_l Q_l^{\,n_l} = -\sum_{l\in m} \pm h_{f_l} \qquad m = 1,...,M$$




$$\sum_{l\in m} \pm n_l K_l Q_l^{\,n_l-1} \sum_{im\in l} \Delta Q_{im} = -\sum_{l\in m} h_{f_l} \qquad m = 1,\ldots,M$$

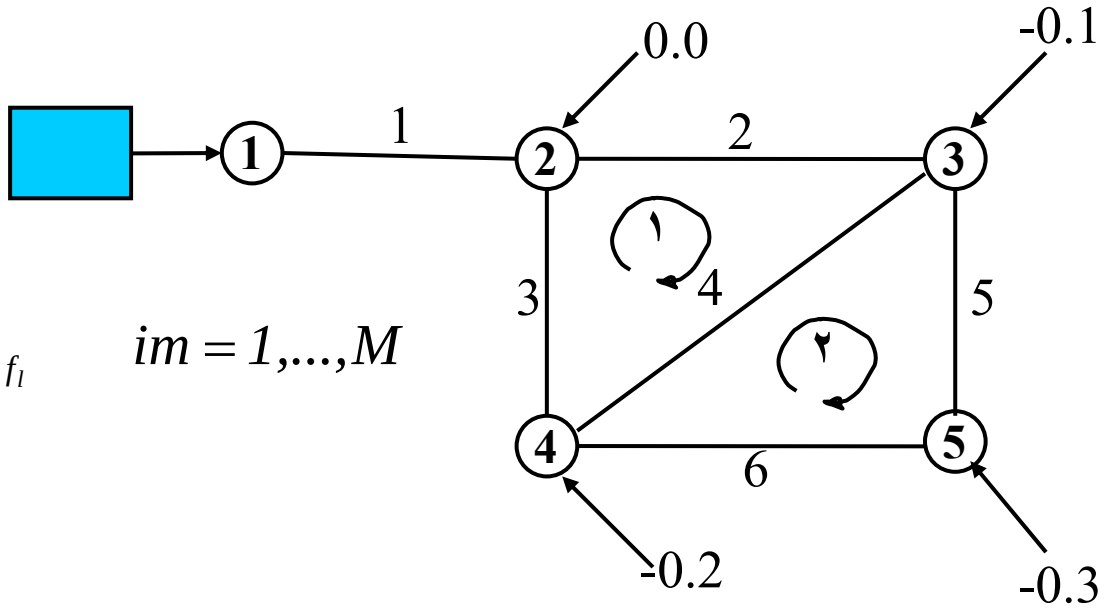
$$\overline{K}_l = n_l K_l$$

$$\overline{K}_2 Q_2^{n_2-1}\Delta Q_1 + \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1}(\Delta Q_1 - \Delta Q_2) - \overline{K}_3 Q_3^{n_3-1}(-\Delta Q_1) = -(h_{f_2} + h_{f_4} - h_{f_3}) \qquad m = 1$$

$$\overline{K}_5 Q_5^{n_5-1}\Delta Q_2 - \overline{K}_6 Q_6^{n_6-1}(-\Delta Q_2) - \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1}(\Delta Q_1 - \Delta Q_2) = -(h_{f_5} - h_{f_6} - h_{f_4}) \qquad m = 2$$

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_2 Q_2^{n_2-1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} + \overline{K}_3 Q_3^{n_3-1} & -\overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} \\ -\overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} & \overline{K}_5 Q_5^{n_5-1} + \overline{K}_6 Q_6^{n_6-1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} \pm h_{f_l} \\ -\sum_{l\in m=2} \pm h_{f_l} \end{bmatrix}$$

$$\overline{K}_l = n_l K_l$$




$$\sum_{l \in im} \pm \overline{K}_l Q_l^{\,n_l - 1} \sum_{jm \in l} \pm \Delta Q_{jm} = -\sum_{l \in im} \pm h_{f_l} \qquad im = 1,\ldots,M$$

$$\boldsymbol{H \Delta Q = F}$$

$$H_{im,jm} = \sum_{l \in im} \pm \overline{K}_l Q_l^{\,n_l - 1} \sum_{jm \in l} \pm \Delta Q_{jm} \qquad F_{im} = -\sum_{l \in im} \pm h_{f_l}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_2 Q_2^{n_2 - 1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4 - 1} + \overline{K}_3 Q_3^{n_3 - 1} & -\overline{K}_4 Q_4^{n_4 - 1} \\ -\overline{K}_4 Q_4^{n_4 - 1} & \overline{K}_5 Q_5^{n_5 - 1} + \overline{K}_6 Q_6^{n_6 - 1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4 - 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{l \in m=1} h_{f_l} \\ -\sum_{l \in m=2} h_{f_l} \end{bmatrix}$$

ویژگیها:

حدس اولیه: ضرورت مقادیر مناسب برای دبی ها

سرعت همگرایی بالا

ماتریس متقارن و نواری

ابعاد دستگاه معادله به اندازه تعداد حلقه های شبکه

عدم امکان استفاده برای شبکه های شاخه ای و مختلط

## . حل معادلات H – Q :روش نیوتن رافسون

در صورت استفاده از مقادیر حدسی $Q_l , H_k$

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k \neq 0 \qquad k = 1,..,K$$

$$H_i - H_j \neq K_l Q_l^n \qquad l = 1,..,L$$

تعیین مقادیر اصلاحی $\Delta Q_l , \Delta H_k$

$$\sum_{l \to k} \pm (Q_l + \Delta Q_l) + q_k = 0 \qquad k = 1,..,K$$

$$(H_i + \Delta H_i) - (H_j + \Delta H_j) = K_l (Q_l + \Delta Q_l)^n \qquad l = 1,..,L$$

با مرتب سازی

$$\sum_{l \to k} \pm \Delta Q_l = -\left(\sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k\right) \qquad k = 1,..,K$$

$$(H_i - H_j) + (\Delta H_i - \Delta H_j) = K_l Q_l^n + n K_l \left|Q_l^{n-1}\right| \Delta Q_l \qquad l = 1,..,L$$

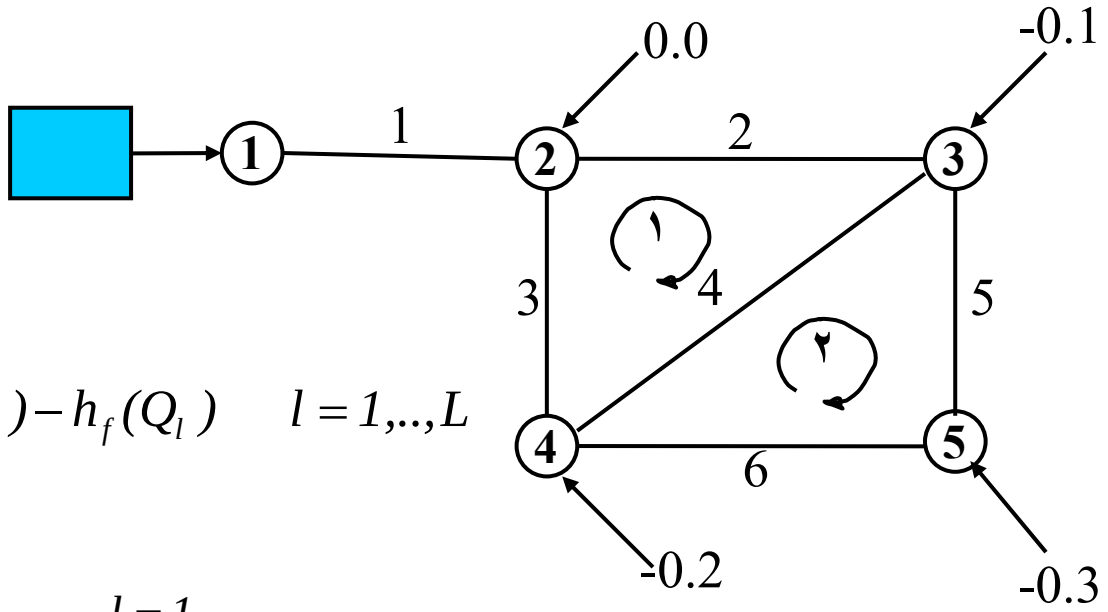
با فرض مجهول بودن $\Delta Q_l , \Delta H_k$

$$\sum_{l \to k} \pm \Delta Q_l = -( \sum_{l \to k} \pm Q_l + q_k ) \qquad k = 1,..,K$$

$$nK_l \left| Q_l^{n-1} \right| \Delta Q_l - \Delta H_i + \Delta H_j = ( H_i - H_j ) - K_l \left| Q_l^{n-1} \right| Q_l \qquad l = 1,..,L$$

$$\sum_{l \to k} \pm \Delta Q_l = -In_k \qquad k = 1,..,K$$

$$nK_l \left| Q_l^{n-1} \right| \Delta Q_l - \Delta H_i + \Delta H_j = ( H_i - H_j ) - h_f(Q_l) \qquad l = 1,..,L$$




$$\sum_{l\to k} \pm \Delta Q_l = -In_k \qquad k = 1,..,K$$

$$nK_l \left|Q_l^{n-1}\right| \Delta Q_l - \Delta H_i + \Delta H_j = (H_i - H_j) - h_f(Q_l) \qquad l = 1,..,L$$

$$n\ K_1 \left|Q_1\right|^{n-1} \Delta Q_1 - \Delta H_1 + \Delta H_2 = H_1 - H_2 - h_{f_1} \qquad l = 1$$

$$n\ K_2 \left|Q_2\right|^{n-1} \Delta Q_2 - \Delta H_2 + \Delta H_3 = H_2 - H_3 - h_{f_2} \qquad l = 2$$

$$n\ K_3 \left|Q_3\right|^{n-1} \Delta Q_3 - \Delta H_2 + \Delta H_4 = H_2 - H_3 - h_{f_3} \qquad l = 1$$

$$n\ K_4 \left|Q_4\right|^{n-1} \Delta Q_4 - \Delta H_3 + \Delta H_4 = H_3 - H_4 - h_{f_4} \qquad l = 4$$

$$n\ K_5 \left|Q_5\right|^{n-1} \Delta Q_5 - \Delta H_3 + \Delta H_5 = H_3 - H_5 - h_{f_5} \qquad l = 5$$

$$n\ K_6 \left|Q_6\right|^{n-1} \Delta Q_6 - \Delta H_4 + \Delta H_5 = H_4 - H_5 - h_{f_6} \qquad l = 6$$

$$-\Delta Q_1 = -In_1 \qquad k = 1$$

$$\Delta Q_1 - \Delta Q_2 - \Delta Q_3 = -In_2 \qquad k = 2$$

$$\Delta Q_2 - \Delta Q_4 - \Delta Q_5 = -In_3 \qquad k = 3$$

$$\Delta Q_3 + \Delta Q_4 - \Delta Q_6 = -In_4 \qquad k = 4$$

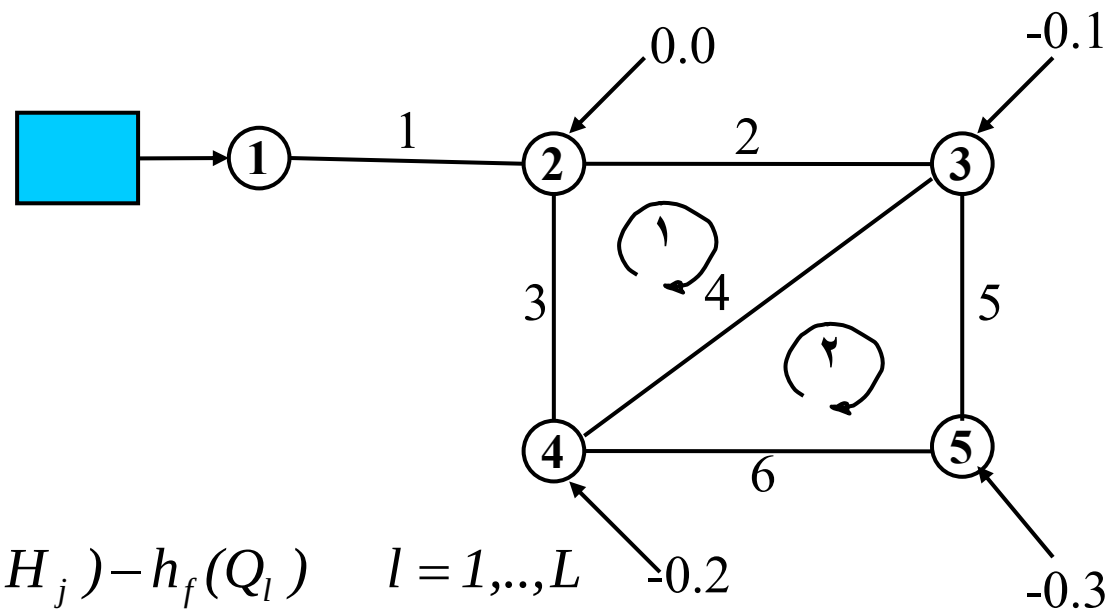
$$\Delta Q_5 + \Delta Q_6 = -In_5 \qquad k = 5$$

# دستگاه معادلات

$$nK_l\left|Q_l^{n-1}\right| = R_l$$

$$\begin{bmatrix}
R_1 & & & & & & -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\
 & R_2 & & & & & 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\
 & & R_3 & & & & 0 & -1 & 0 & +1 & 0 \\
 & & & R_4 & & & 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\
 & & & & R_5 & & 0 & 0 & -1 & 0 & +1 \\
 & & & & & R_6 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
+1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & +1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & +1 & +1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta Q_6 \\ \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \\ \Delta H_5
\end{bmatrix}
= -\begin{bmatrix}
[h_f(Q)-h_f(H)]_1 \\ [h_f(Q)-h_f(H)]_2 \\ [h_f(Q)-h_f(H)]_3 \\ [h_f(Q)-h_f(H)]_4 \\ [h_f(Q)-h_f(H)]_5 \\ [h_f(Q)-h_f(H)]_6 \\ In_1 \\ In_2 \\ In_3 \\ In_4 \\ In_5
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{B^T} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{Q} \\ \Delta \boldsymbol{H} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{h_f} \\ \boldsymbol{IN} \end{bmatrix}$$




$$nK_l\left|Q_l^{n-1}\right|\Delta Q_l - \Delta H_i + \Delta H_j = (H_i - H_j) - h_f(Q_l) \qquad l = 1,..,L$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \end{bmatrix}$$

تعداد لوله (L)

تعداد گره (K)

ویژگیها:

حدس اولیه: بدون محدودیت

سرعت همگرایی بالا

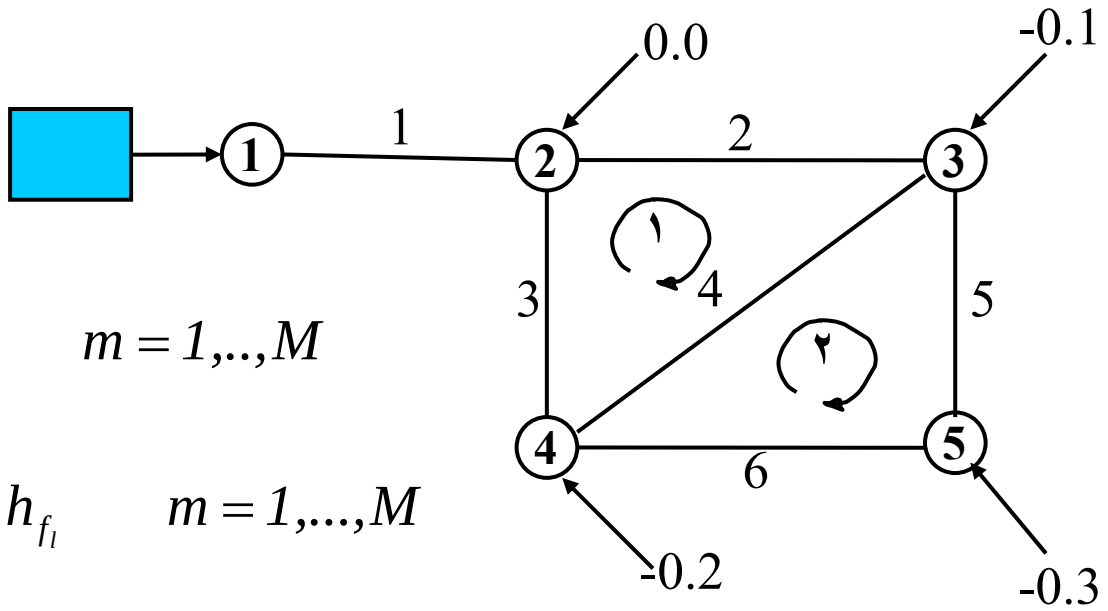
سادگی تشکیل ماتریس ضرایب

ابعاد دستگاه معادله به اندازه تعداد گرهها و لوله های شبکه

ماتریس متقارن : امکان حل دستگاه معادلات با استفاده از روشهای تکراری مناسب

ماتریس تنک : امکان حل دستگاه معادلات با استفاده از روشهای مستقیم

## . روش هاردی کراس حلقه $\Delta Q$ :




$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left( Q_l + \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} \right)^n = 0.0 \qquad m = 1,..,M$$

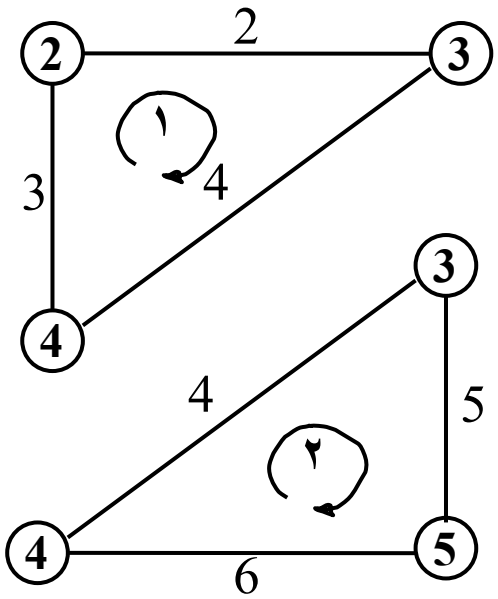
$$\sum_{l\in m} \pm n_l K_l Q_l^{\,n_l-1} \sum_{im\in l} \pm \Delta Q_{im} = -\sum_{l\in m} \pm h_{f_l} \qquad m = 1,...,M$$

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_2 Q_2^{n_2-1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} + \overline{K}_3 Q_3^{n_3-1} & -\overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} \\ -\overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} & \overline{K}_5 Q_5^{n_5-1} + \overline{K}_6 Q_6^{n_6-1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} h_{f_l} \\ -\sum_{l\in m=2} h_{f_l} \end{bmatrix}$$

با صرفنظرکردن از اثرات حلقه های دیگر

$$\sum_{l\in m} n_l K_l Q_l^{\,n_l-1} \Delta Q_m = -\sum_{l\in m} \pm h_{f_l} \qquad m = 1,...,M$$

$$\Delta Q_m = \frac{-\sum_{l\in m} \pm h_{f_l}}{\sum_{l\in m} n_l K_l Q_l^{\,n_l-1}} \qquad m = 1,\ldots,M$$




$$(\overline{K}_2 Q_2^{n_2-1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_4-1} + \overline{K}_3 Q_3^{n_3-1})\Delta Q_1 = -\sum_{l\in m=1} \pm h_{f_l}$$

$$(\overline{K}_5 Q_5^{n_2-1} + \overline{K}_6 Q_6^{n_4-1} + \overline{K}_4 Q_4^{n_3-1})\Delta Q_2 = -\sum_{l\in m=2} \pm h_{f_l}$$

روشهای بروز کردن:

۱- بروز کردن ترتیبی

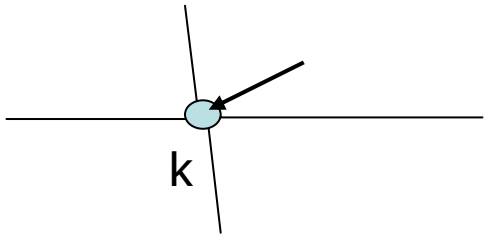
۲- بروز کردن همزمان: دارای سرعت همگرایی بیشتر

ویژگیها:

حدس اولیه: ضرورت مقادیر مناسب برای دبی ها

سرعت همگرایی کم

## . روش هاردی کراس گره $\Delta H$ :



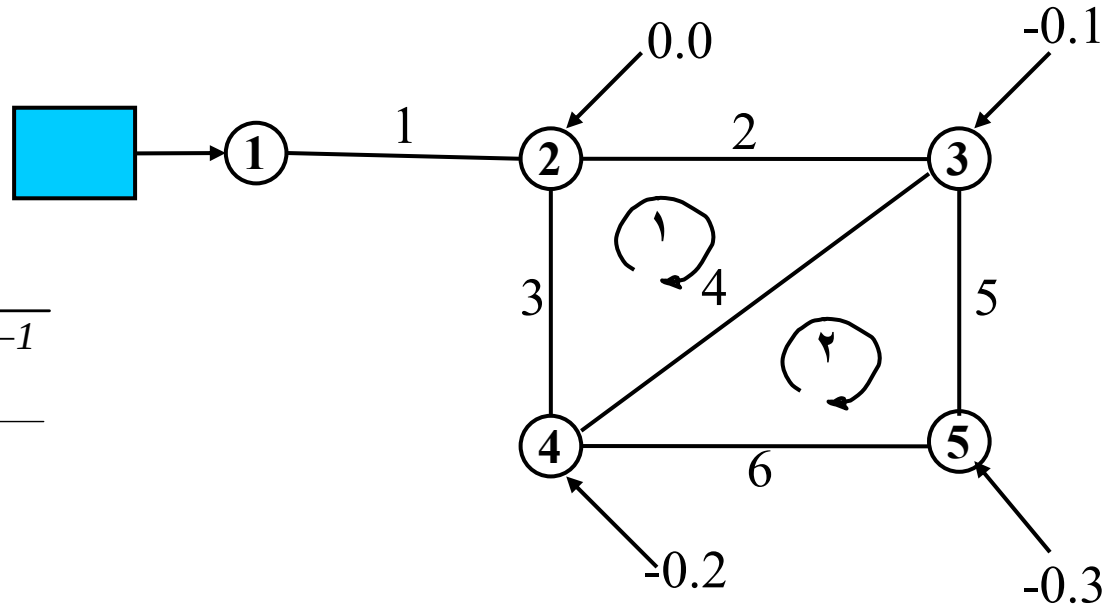

$$F_k(H_1,....,H_K) = F_k(H) = \sum_{i\to k} \frac{(H_i - H_k)^{n'}}{(K_l)^{n'}} + q_k \qquad k = 1,...,K$$

**با فرض ثابت بودن** $H_i \qquad i \neq k$

$$\Delta H_k = \frac{-F_k}{F_k'}$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial H_k} = \sum_{i\to k} \frac{-n'\left|H_i - H_k\right|^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}$$

$$\Delta H_k = \frac{-In_k}{\sum_{i\to k} \frac{-n'\left|H_i - H_k\right|^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}}$$




$$\Delta H_k = \frac{-In_k}{\sum_{i \to k} \frac{-n' \left| H_i - H_k \right|^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}}$$

$$R'_l = \frac{-n' \left| H_i - H_k \right|^{n'-1}}{(K_l)^{n'}}$$

$$\Delta H_2 = \frac{-In_2}{-(R'_1 + R'_2 + R'_3)}$$

$$\Delta H_3 = \frac{-In_3}{-(R'_2 + R'_4 + R'_5)}$$

$$\Delta H_4 = \frac{-In_4}{-(R'_3 + R'_4 + R'_6)}$$

$$\Delta H_5 = \frac{-In_5}{-(R'_5 + R'_6)}$$

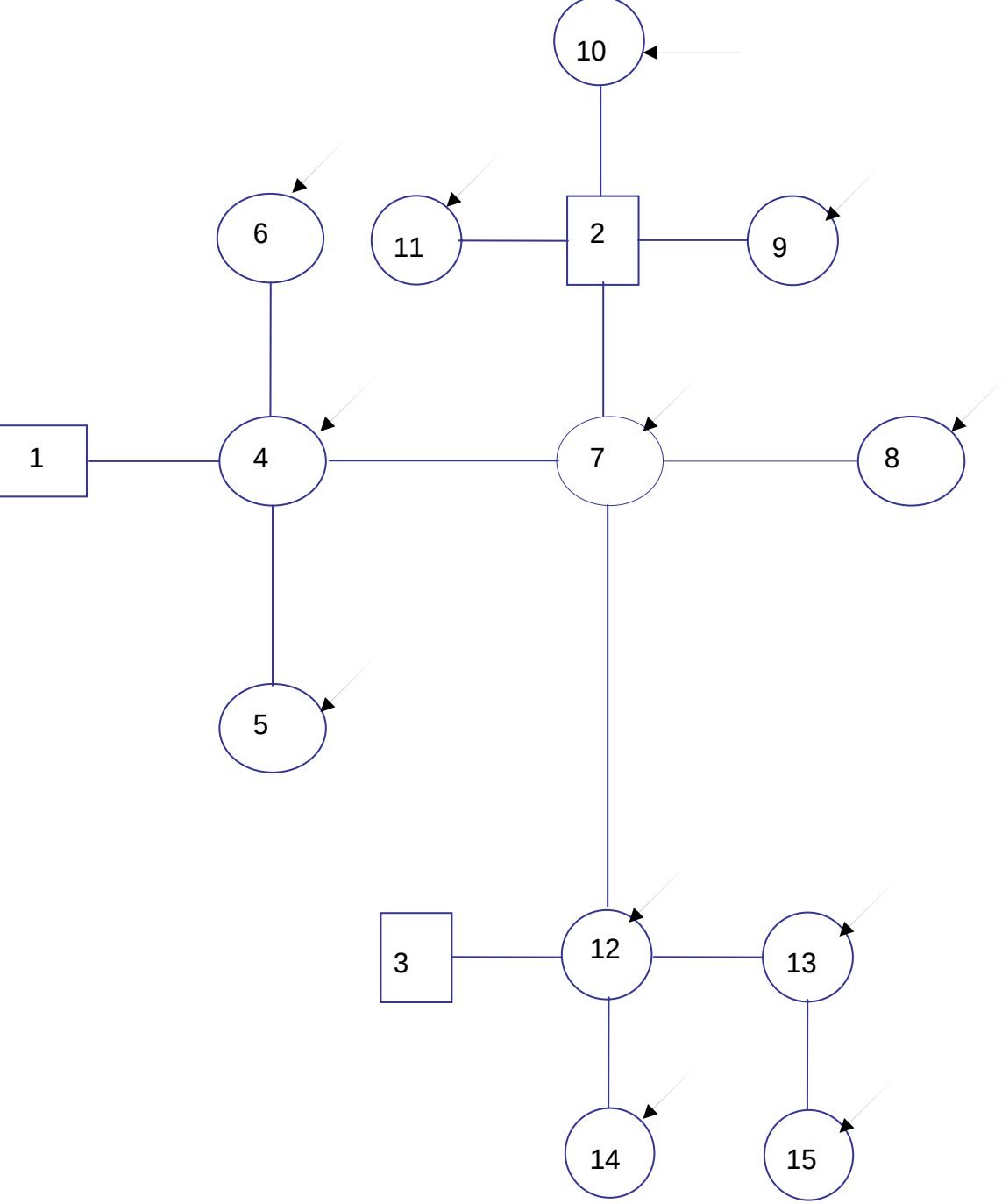
# شبکه هاي چند چشمه اي:

شبکه هاي چند چشمه اي را بسته به نوع فرمول بندي مي توان بصورت زير تحليل کرد:

فرمول بندي گرهي (شامل فرمول بندي هاي ( H ،$\Delta H$ ، H-Q ) : در اين حالت چون معادله پيوستگي بر حسب $H_k$ و $q_k$ نوشته شده است لذا با افزايش هرچشمه يکي از مجهولات Hکاسته و در عوض يکي به مجهولات q اضافه مي شود و لذا هيچ تفاوتي در فرمول بندي ايجاد نمي شود .

فرمول بندي حلقه اي(شامل Qو$\Delta Q$ ) : در اين حالت معادله پيوستگي بر حسب $Q_l$ و $q_k$ نوشته شده و $H_k$ در فرمول بندي ظاهر نمي شود لذا با افزايش هر چشمه يکي به مجهولات $q_k$ اضافه مي شود بدون آن که از تعداد مجهولات مساله کاسته شود . لذا بايستي يک معادله اضافي به ازاي هر چشمه اضافي پيدا کرد . اين معادله اضافي از طريق ايجاد حلقه مجازي بين چشمه ها و نوشتن رابطه افت هر حلقه بدست مي آيد

# مثال شبکه شاخه اي



تذكر: در مورد شبكه هاي شاخه اي تک چشمه اي تحليل شبكه در دو گام زير صورت ميگيرد .

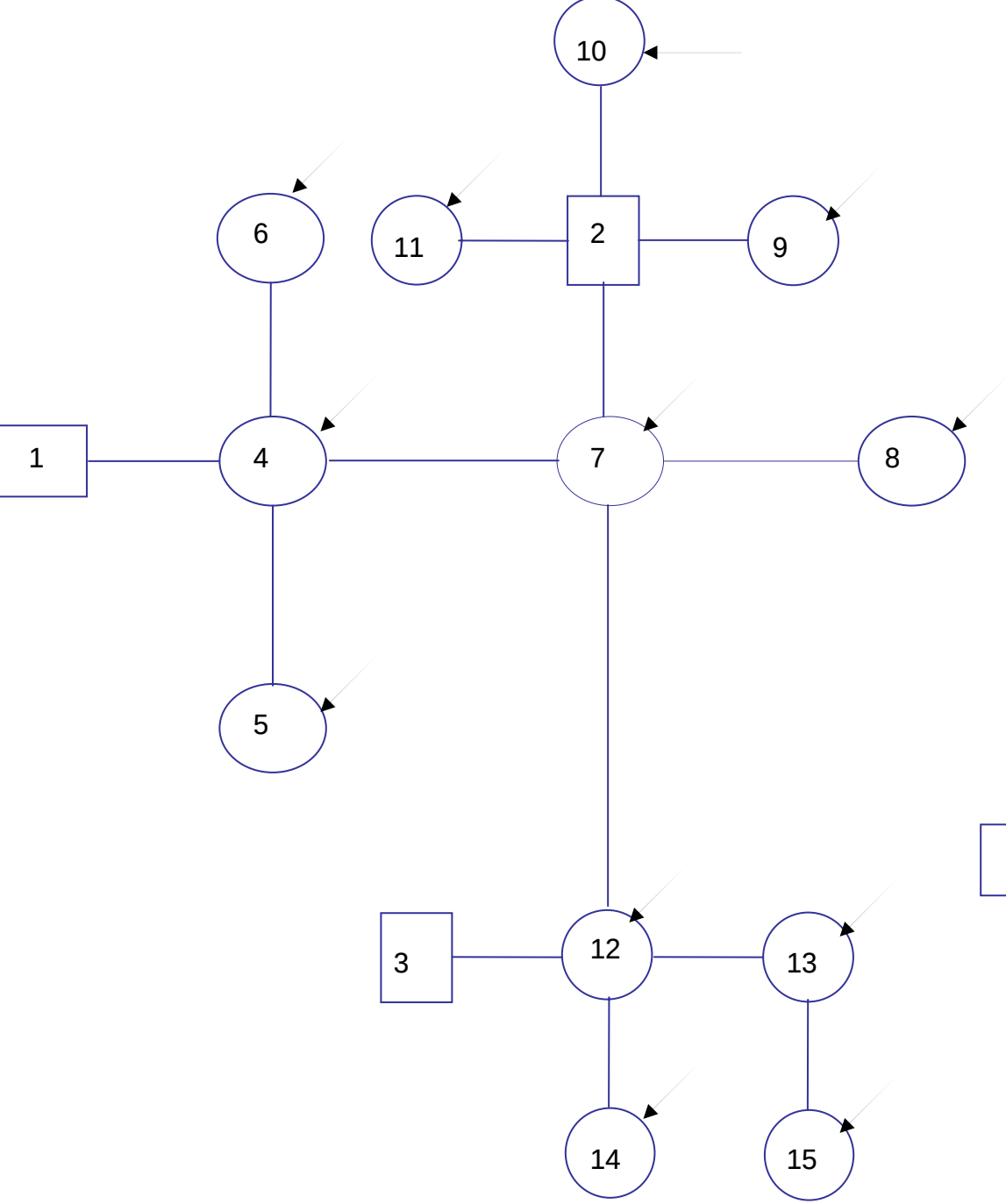
۱- بدست آوردن دبي لوله ها از طريق رابطه پيوستگي در گره هاي شبكه

۲- محاسبه افت هد لوله ها و سپس محاسبه هدهاي گرهي با شروع از مخزن و در جهت جريان

در شبكه هاي چند چشمه اي بدليل معلوم بنودن جهت جريان در همه لوله ها اين امكان وجود ندارد.

روش حل:

۱- خلاصه كردن شبكه تا حد امكان : استفاده از رابطه پيوستگي براي بدست آوردن دبي لوله هايي كه جهت جريان در آن ها معلوم است . پس از آن دبي هر لوله به گره بالادست تخصيص داده شده و لوله مورد نظر حذف مي شود .

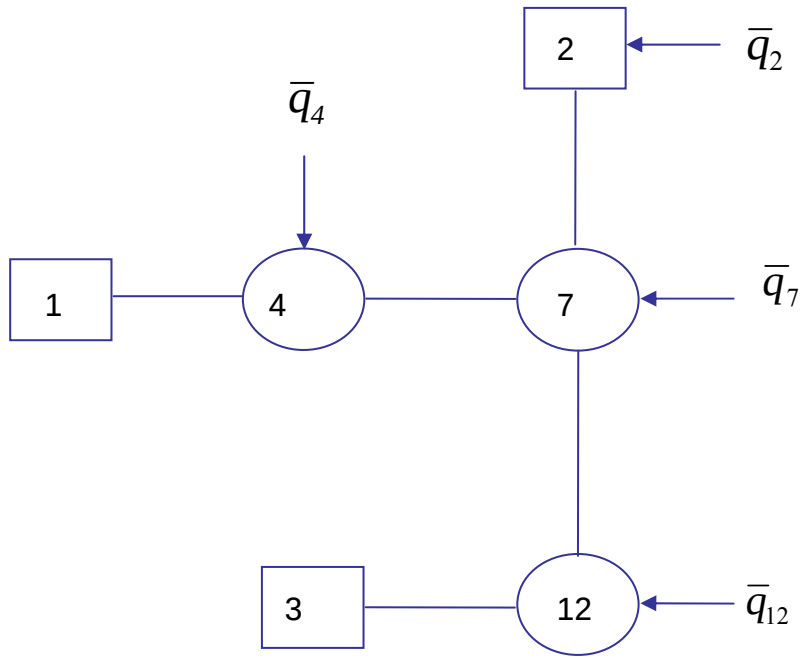


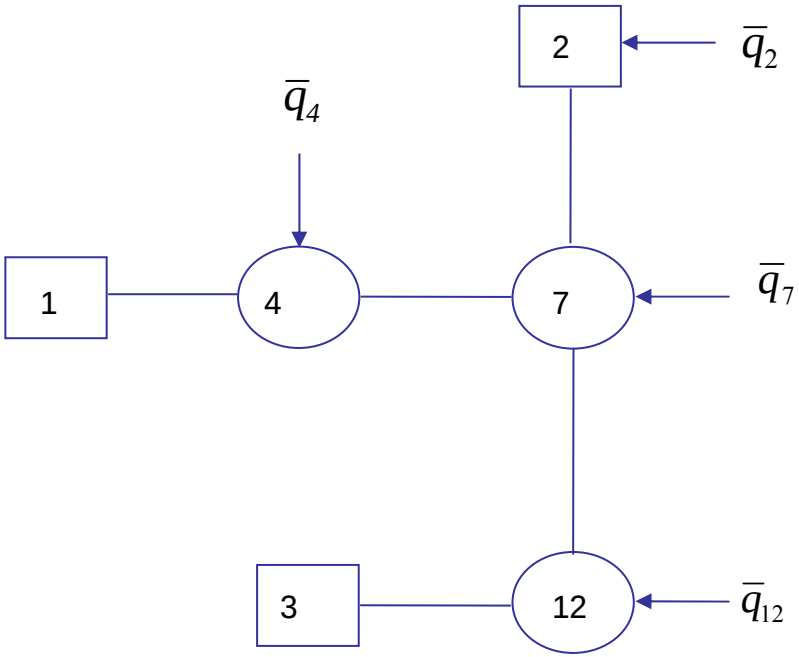

$$\bar{q}_2 = q_9 + q_{11} + q_{12}$$

$$\bar{q}_7 = q_7 + q_8$$

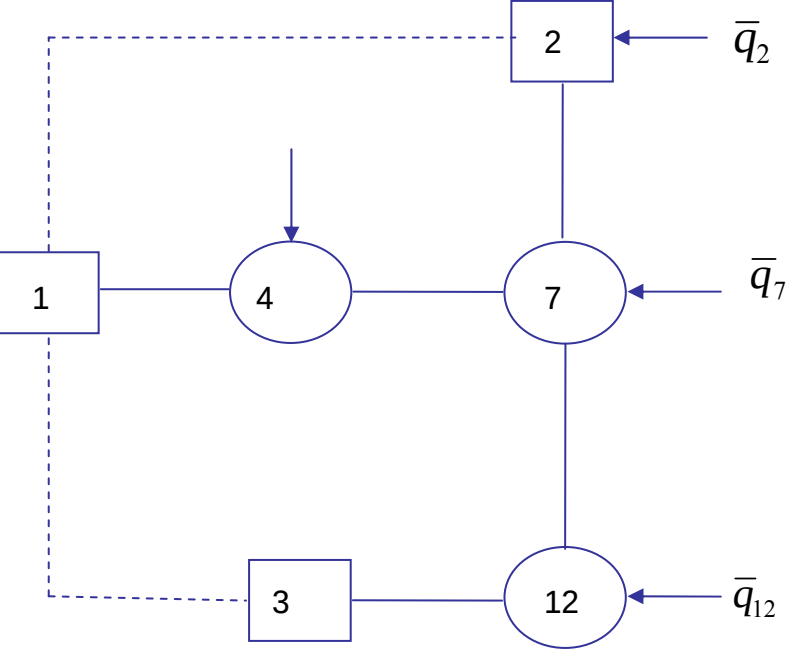
$$\bar{q}_{12} = q_{15} + q_{14} + q_{13} + q_{12}$$

$$\bar{q}_4 = q_5 + q_6 + q_4$$






فرمول بندي گرهي ( H ) : رابطه پيوستگي در شش گره۱ ، ۲، ۳ ، ۴ ، ۷، ۱۲ امكان بدست آوردن سه مجهول $H_4, H_{12}, H_7$ و پس از آن مقادير $q_3, q_2, q_1$ را فراهم مي كند .




فرمول بندي حلقه اي ( Q ) : رابطه پيوستگي در سه گره ۴ ،۷ ،۱۲ و دو حلقه مجازي امكان بدست آوردن دبي در پنج لوله را بدست مي دهد . پس از آن مي توان با استفاده از رابطه پيوستگي مقادير $q_3, q_2, q_1$ را بدست آورد .

## فرمول بندي پمپ در شبكه :

در فرمول بندي پمپ در شبكه آب رساني بسته به نوع فرمول بندي از دو نوع رابطه هد - دبي براي پمپ استفاده مي شود .

### هد برحسب دبي

$$h_p = AQ^2 + BQ + H_0$$

$$h_p = AG_p^2 + (H_0 - \frac{B^2}{4A}) \qquad G_p = Q_p + \frac{B}{2A}$$

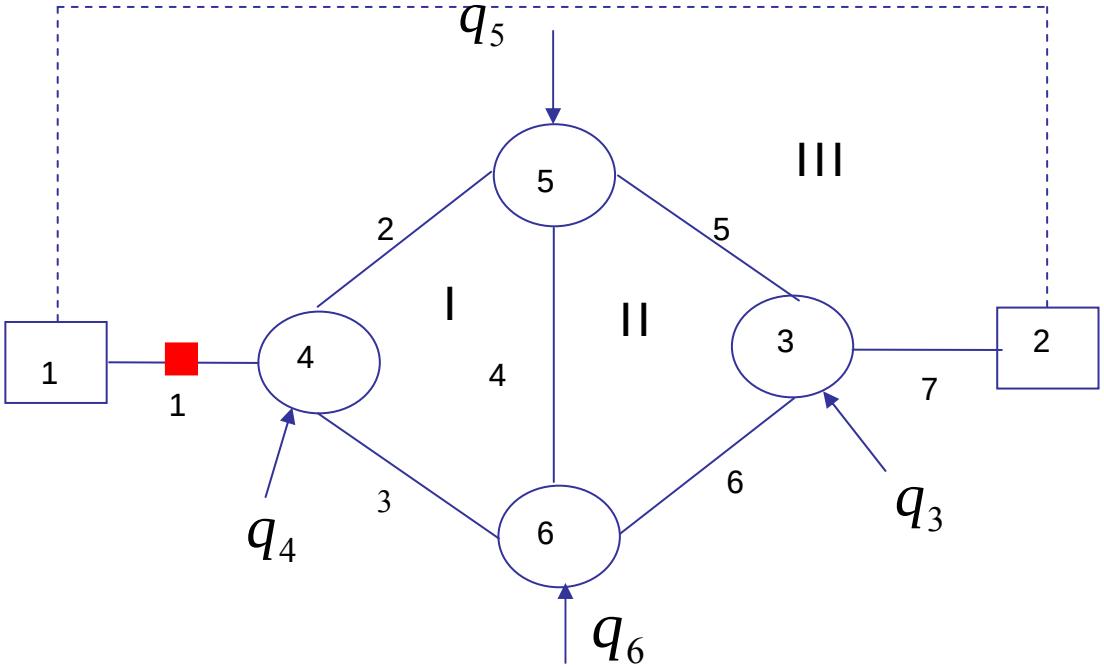
$$h_p = H_0 - R_p Q_p^{n_p}$$

### دبي برحسب هد

$$Q_p = \left[ \frac{h_p - \left( H_0 - \frac{B^2}{4A} \right)}{A} \right]^{.5} - \frac{B}{2A}$$

$$Q_p = \frac{1}{R_p^{\frac{1}{n_p}}} \left( H_0 - h_p \right)^{\frac{1}{n_p}}$$

مثال:




معادلات( H ): مساله داراي هفت مجهول $H_1$ تا $H_6$ , $h_p$ است . رابطه پيوستگي در گره هاي ۱ تا ۶ مطابق معمول نوشته مي شود . رابطه پيوستگي در گره ۱ و ۴ نيز با منظور كردن رابطه زير براي دبي لوله ۱ نوشته مي شود .

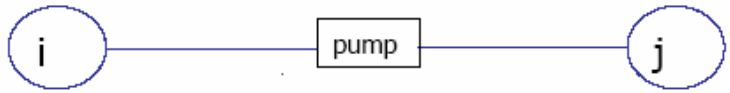
$$Q_1 = \left( \frac{H_1 + h_p - H_4}{K_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

رابطه هفتم نيز از طريق رابطه $Q_1 = Q_p$ بدست مي آيد .

$$\left( \frac{H_1 + h_p - H_4}{K_1} \right)^{\frac{1}{n}} - \left( \frac{H_0 - h_p}{R_p} \right)^{\frac{1}{n_p}} = 0$$

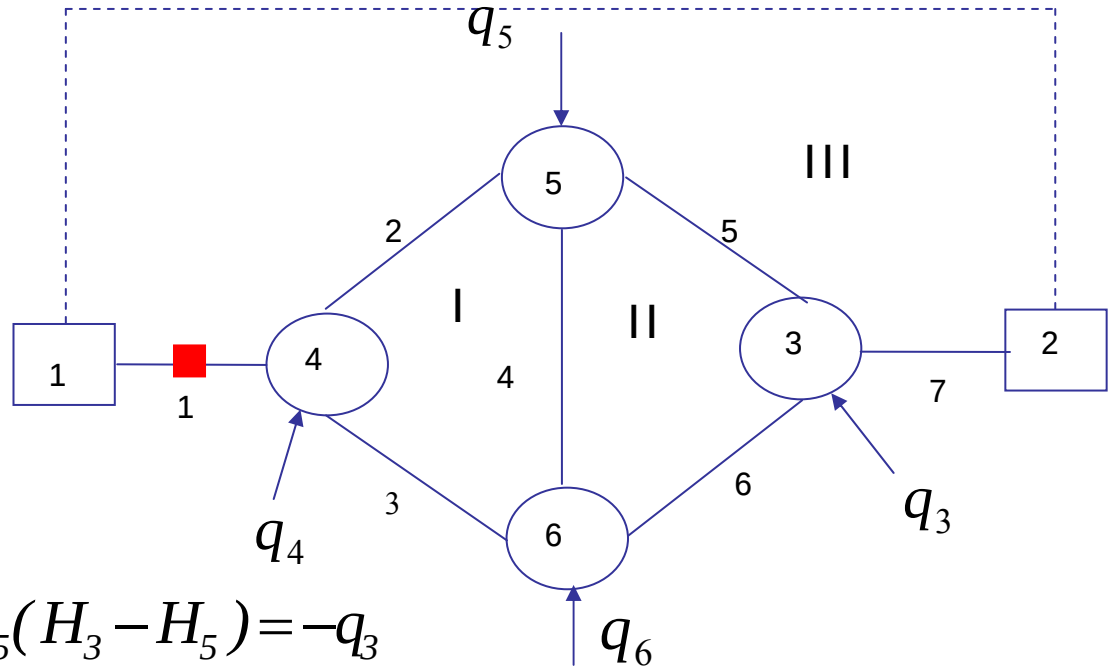
رابطه جريان براي لوله پمپدار

$$Q_1 = \left( \frac{H_1 + h_p - H_4}{K_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$




$$Q_l = \frac{(H_i + h_p - H_j)^{\frac{1}{n}-1}}{K_l^{\frac{1}{n}}} (H_i + h_p - H_j)$$

$$Q_l = R_l^p (H_i + h_p - H_j)$$




**معادلات پيوستگی در گره ها :**

$$-R_1^p (H_1 + h_p - H_4) = -q_1$$

$$-R_7 (H_2 - H_3) = -q_2$$

$$R_7 (H_2 - H_3) - R_6 (H_3 - H_6) - R_5 (H_3 - H_5) = -q_3$$

$$-R_3 (H_4 - H_6) - R_2 (H_4 - H_5) + R_1^p (H_1 + h_p - H_4) = -q_4$$

$$R_5 (H_3 - H_5) - R_4 (H_5 - H_6) + R_2 (H_4 - H_5) = -q_5$$

$$R_6 (H_3 - H_6) + R_4 (H_5 - H_6) + R_3 (H_4 - H_6) = -q_6$$

معادله هفتم را به طریق زیر بدست می آوریم:

$$Q_1 = Q_p$$

با توجه به معادله پمپاژ پمپ و معادله جریان در لوله ۱:

$$\left(\frac{H_1 + h_p - H_4}{K_1}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{H_0 - h_p}{R_p}\right)^{\frac{1}{n}}$$

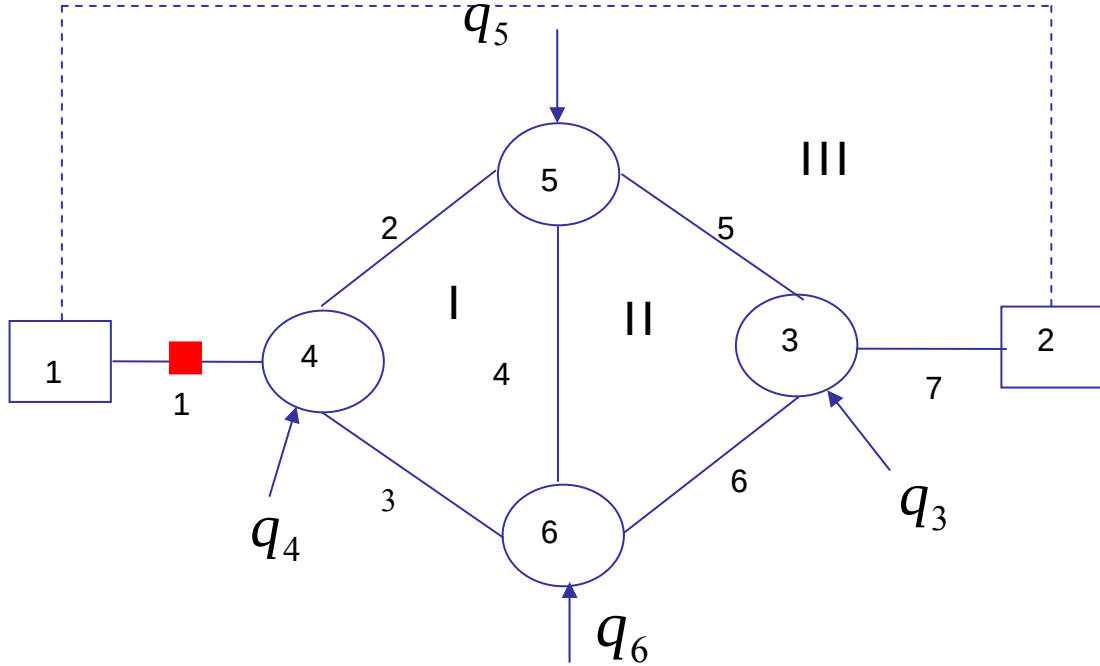
$$\frac{(H_1 + h_p - H_4)^{\frac{1}{n}-1}}{K_1^{\frac{1}{n}}}(H_1 + h_p - H_4) = \left(\frac{H_0 - h_p}{R_p}\right)^{\frac{1}{n}-1}(H_0 - h_p)$$

$$R_1^p(H_1 + h_p - H_4) = R'_p(H_0 - h_p)$$

$$R_1^p H_1 - R_1^p H_4 + (R_1^p + R'_p)h_p = R'_p H_0$$

به منظور متقارن شدن ماتریس طرفین معادله را در منفی ضرب می کنیم

$$-R_1^p H_1 + R_1^p H_4 - (R_1^p + R'_p)h_p = -R'_p H_0$$




$$\begin{bmatrix} -R_1^p & 0 & 0 & R_1^p & 0 & 0 & -R_1^p \\ 0 & -R_7 & R_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_7 & -R_{5+6+7} & 0 & R_5 & R_6 & 0 \\ R_1^p & 0 & 0 & -(R_1^p + R_{2+3}) & R_2 & R_3 & R_1 \\ 0 & 0 & R_5 & R_2 & -R_{2+4+5} & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & R_6 & R_3 & R_4 & -R_{3+4+6} & 0 \\ -R_1^p & 0 & 0 & R_1^p & 0 & 0 & -(R_1^p + R'_p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ h_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ -R'_p H_0 \end{bmatrix}$$

این روش به افزایش تعداد معادلات و مجهولات منجر می شود . برای اجتناب از این مشکل می توان رابطه پیوستگی در گرههای ۱ و ۴ را بصورت زیر نوشت.

$$-R_1^p(H_1+h_p-H_4)=-q_1$$

$$-R_3(H_4-H_6)-R_2(H_4-H_5)+R_1^p(H_1+h_p-H_4)=-q_4$$

با نگه داشتن مجهولات در سمت راست

$$-R_1^p(H_1-H_4)=-q_1+R_1^p h_p$$

$$-R_3(H_4-H_6)-R_2(H_4-H_5)+R_1^p(H_1-H_4)=-q_4-R_1^p h_p$$

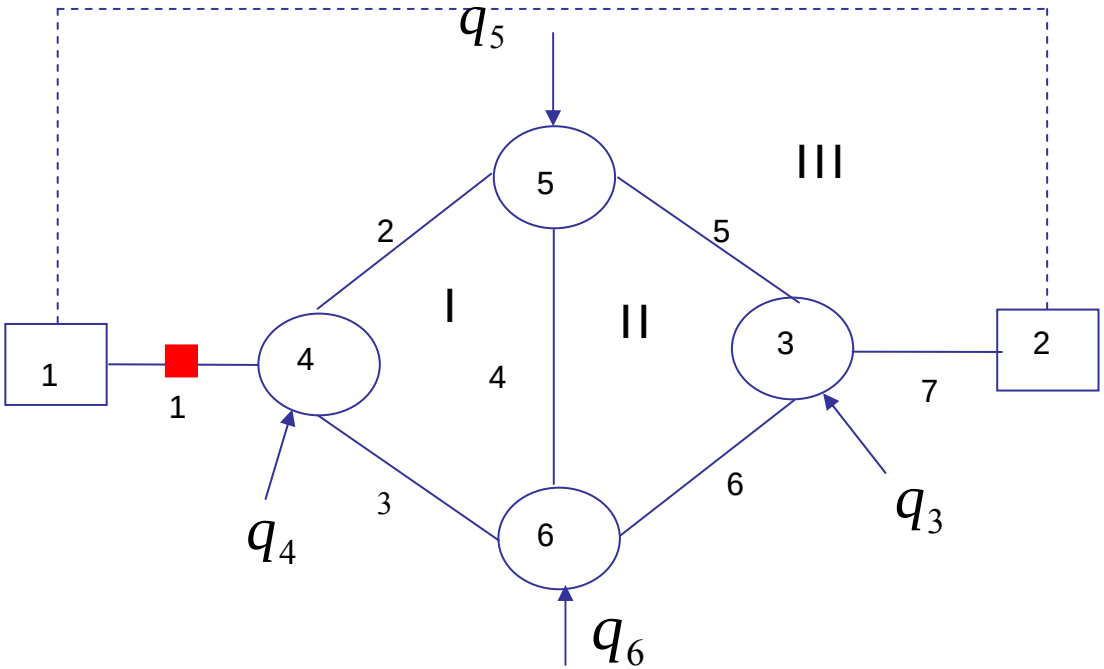
$$\begin{bmatrix} -R_1^p & 0 & 0 & R_1^p & 0 & 0 \\ 0 & -R_7 & R_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_7 & -R_{5+6+7} & 0 & R_5 & R_6 \\ R_1^p & 0 & 0 & -(R_1^p+R_{2+3}) & R_2 & R_3 \\ 0 & 0 & R_5 & R_2 & -R_{2+4+5} & R_4 \\ 0 & 0 & R_6 & R_3 & R_4 & -R_{3+4+6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1+R_1^p h_p \\ -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4-R_1^p h_p \\ -q_5 \\ -q_6 \end{bmatrix}.$$

مقدار $h_p$ را در هر تكرار مي توان با استفاده از مقدار دبي لوله شماره ۱ در تكرار قبلي و از طريق رابطه زير بدست آورد .

$$h_p = H_0 - R_p Q_p^{n_p}$$

معادلات Q و $\Delta Q$ : در اين معادلات وجود پمپ تنها در معادله انرژي حلقه اي كه شامل پمپ است تاثير خواهد گذاشت .

معادله انرژي حلقه III بصورت زير نوشته مي شود.

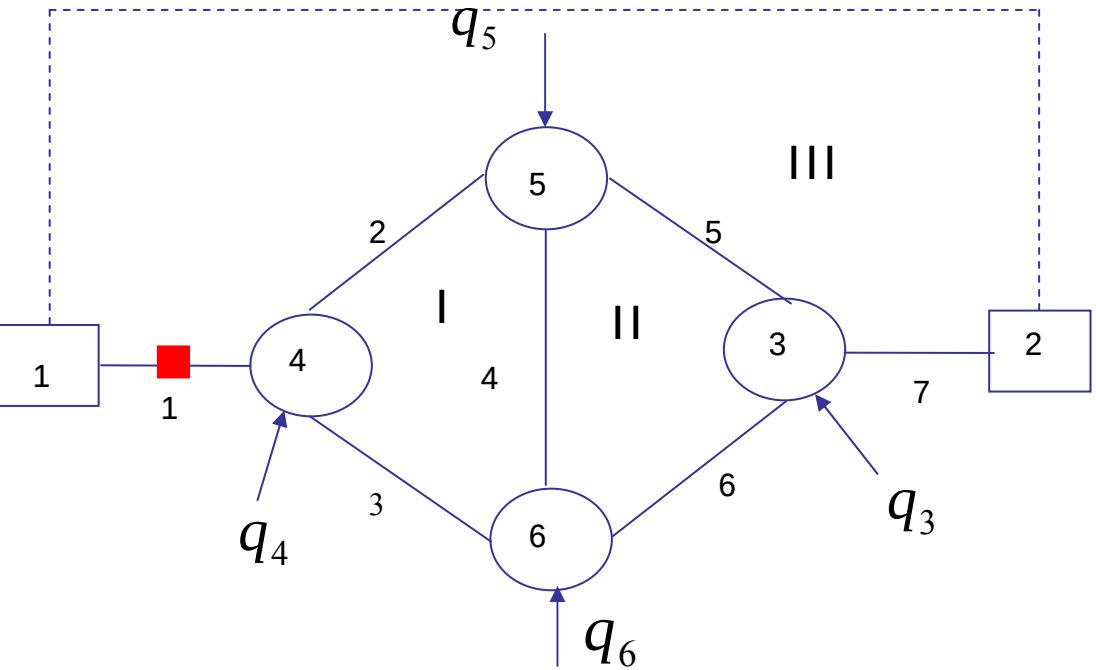



$$R_7\left(Q_7+\Delta Q_3\right)^n+R_5\left(Q_5+\Delta Q_3-\Delta Q_2\right)^n-R_2\left(Q_2-\Delta Q_3+\Delta Q_1\right)^n$$
$$-\left[\,R_1\left(Q_1-\Delta Q_3\right)^n-h_p\,\right]+H_1-H_2=0$$

روش ۱: مي توان $h_p$ را تابعي از دبي تكرار قبل در نظر گرفت و آن را بعنوان كميتي معلوم بدست راست معادلات حاصل انتقال داد .

روش ۲: با جايگذاري $h_p=H_0-r_p\left(Q_1-\Delta Q_3\right)^{n_p}$ مي توان دستگاه معادلات حاصل را حل كرد.

## معادلات $\Delta Q$ :




### روش اول :

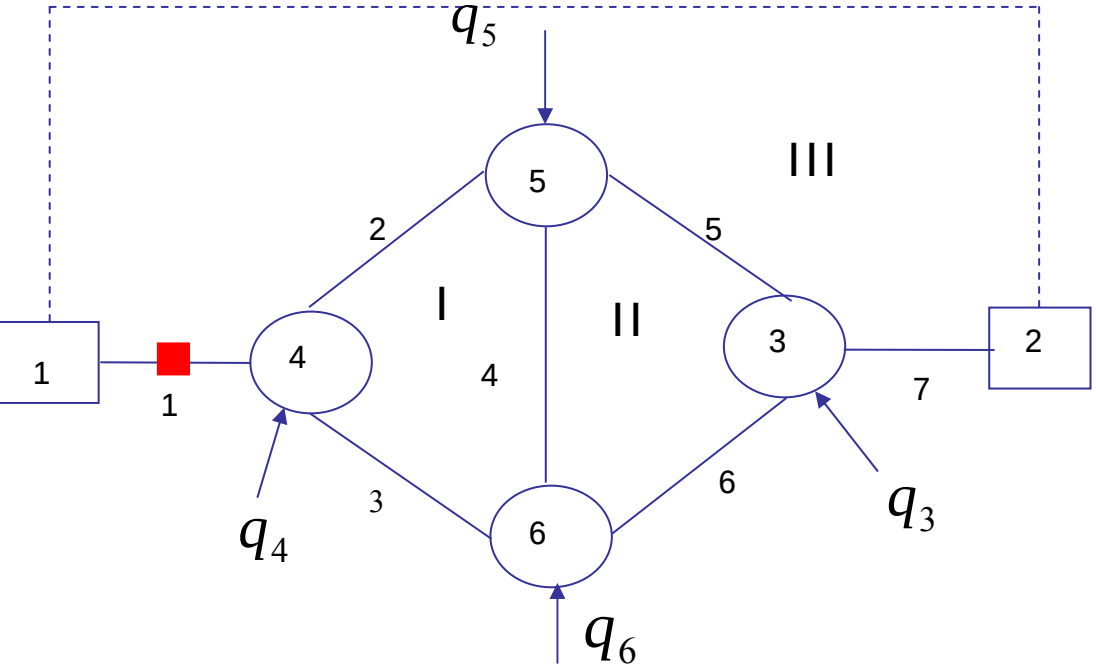
در این روش فرض می شود که هد پمپاژ معلوم است و از اطلاعات مربوط به تکرار قبلی،قابل محاسبه است بنابراین در دسته معلومات مسئله قرار می گیرد.

### معادلات انرژی در حلقه :

$$m = 1,2 \quad \sum_{l \in m} \pm K_l (Q_l + \sum_{m \in l} \pm \Delta Q_m)^n = 0$$

$$\text{m} = 3 \quad R_7 (Q_7 + \Delta Q_3)^n + R_5 (Q_5 + \Delta Q_3 - \Delta Q_2)^n - R_2 (Q_2 - \Delta Q_3 + \Delta Q_2)^n$$

$$- R_1 (Q_1 - \Delta Q_3)^n = -h_p - H_1 + H_2$$



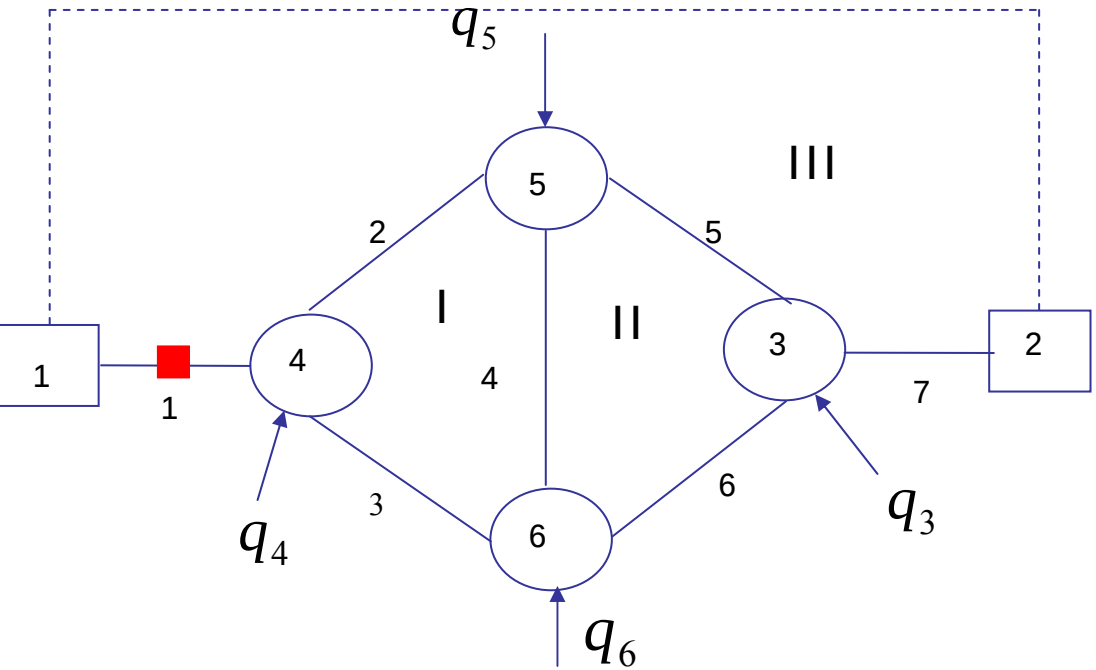

$$\begin{bmatrix} (\bar{K}Q^{n-1})_{2+3+4} & -(\bar{K}Q^{n-1})_4 & -(\bar{K}Q^{n-1})_2 \\ -(\bar{K}Q^{n-1})_4 & (\bar{K}Q^{n-1})_{4+5+6} & -(\bar{K}Q^{n-1})_5 \\ -(\bar{K}Q^{n-1})_2 & -(\bar{K}Q^{n-1})_5 & (\bar{K}Q^{n-1})_{1+2+5+7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} h_{fl} \\ -\sum_{l\in m=2} h_{fl} \\ -(\sum_{l\in m=3} h_{fl} + h_p + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

که در آن هد پمپ با استفاده از دبی های مرحله قبل بدست آمده اند.

$$h_p = H_0 - R_p (Q_1)^{n_p}$$

## روش دوم :

در این روش به کمک معادله پمپاژ پمپ ، هد پمپاژ را بر حسب دبی عبوری از پمپ نوشته و آن را بسط می دهیم. برتری روش دوم نسبت به روش اول سرعت همگرایی بالاتر آن می باشد اما در روش دوم ماتریس ضرایب مشمول تغییراتی می شود.




**معادلات انرژی در حلقه :**

$$m = 1,2 \quad \sum_{l \in m} \pm K_l (Q_l + \sum_{m \in l} \pm \Delta Q_m)^n = 0$$

$$m = 3 \quad K_7 (Q_7 + \Delta Q_3)^n + K_5 (Q_5 + \Delta Q_3 - \Delta Q_2)^n - K_2 (Q_2 - \Delta Q_3 + \Delta Q_1)^n$$
$$- K_1 (Q_1 - \Delta Q_3)^n + h_p + H_1 - H_2 = 0$$

معادله پمپاژ را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$h_p = H_0 - R_p (Q_1 - \Delta Q_3)^{n_p}$$

با فرض اینکه $\overline{\mathrm{R}}_{\mathrm{p}} = n_p R_p$ و $\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{l}} = \mathrm{n}_{\mathrm{l}}\mathrm{K}_{\mathrm{l}}$ و بسط معادله سوم خواهیم داشت :

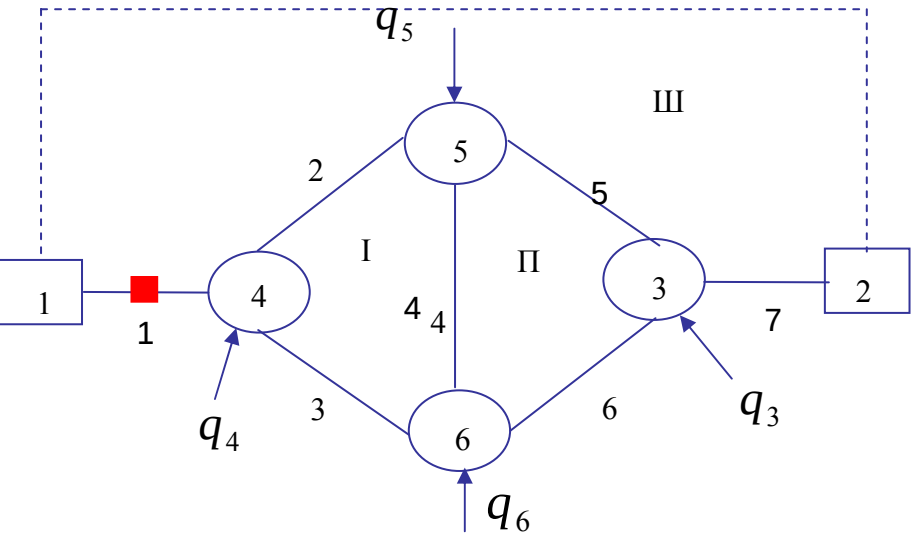
$$((\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{1+2+5+7} + \overline{R}_p Q_1^{\,n_p-1})\Delta Q_3 - (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 \Delta Q_2 - (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 \Delta Q_1 =$$
$$-((\mathrm{K}Q^{n})_{5+7} - (\mathrm{K}Q^{n})_{1+2} + H_0 - \overline{R}_p Q_1^{\,n_p} + H_1 - H_2)$$

با جایگذاری $(\mathrm{K}Q^{\mathrm{n}})_l = h_{fl}$

$$\begin{bmatrix} (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{2+3+4} & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_4 & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 \\ -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_4 & (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{4+5+6} & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 \\ -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 & (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{1+2+5+7} + \overline{R}_p Q_1^{\,n_p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} h_{fl} \\ -\sum_{l\in m=1} h_{fl} \\ -(\sum_{l\in m=1} h_{fl} + H_0 - R_p Q_1^{\,n_p} + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

**معادلات $Q$ :** مجهولات : $Q_i$ ها.




**روش اول :**

در این روش فرض می شود که هد پیزاژ معلوم است و از اطلاعات مربوط به تکرار قبلی قابل محاسبه است بنابراین در دسته معلومات مسئله قرار می گیرد.

**معادلات پیوستگی در گره ها :**

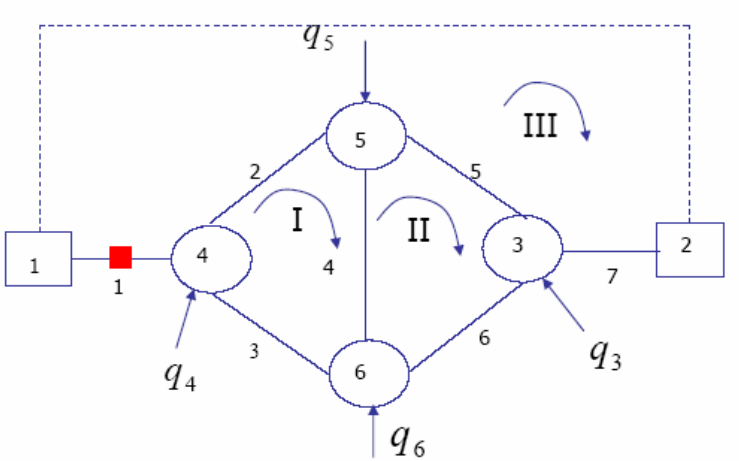
$$\sum_{l\to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

**معادلات انرژی در حلقه :**

$$m = 1,2 \qquad \sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l = 0.0$$

$$m = 3 \qquad \sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l + h_p + H_1 - H_2 = 0.0$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l = -(h_p + H_1 - H_2)$$




$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_2|Q_2|^{n-1} & -K_3|Q_3|^{n-1} & K_4|Q_4|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4|Q_4|^{n-1} & -K_5|Q_5|^{n-1} & K_6|Q_6|^{n-1} & 0 \\ -K_1|Q_1|^{n-1} & -K_2|Q_2|^{n-1} & 0 & 0 & K_5|Q_5|^{n-1} & 0 & K_7|Q_7|^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ 0 \\ 0 \\ -(h_p + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

**روش دوم :**

در این روش به کمک معادله پمپاژ پمپ ، هد پمپاژ را بر حسب دبی عبوری از پمپ می نویسیم.این عمل باعث همگرایی سریعتر می شود.

**معادلات پیوستگی در گره ها :**

$$\sum_{l\to k} \pm Q_l = -q_k \qquad \mathrm{k} = 1,..,\mathrm{K}$$

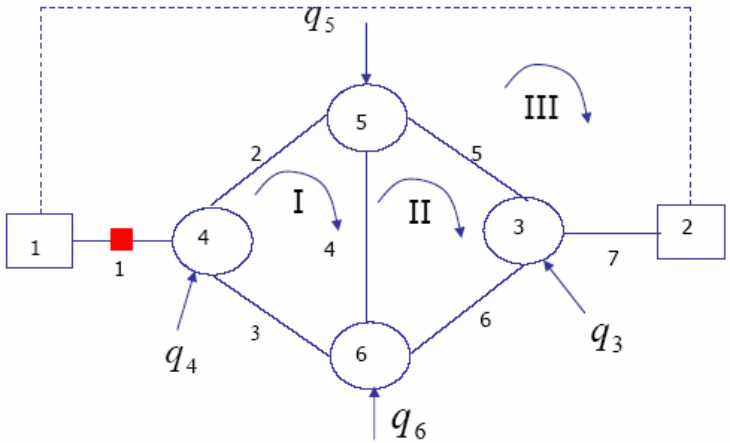
**معادلات انرژی در حلقه :**

$$\mathrm{m} = 1,2 \quad \sum_{l\in m} \pm \mathrm{K}_1 \left|\mathrm{Q}_1\right|^{\mathrm{n\text{-}1}} \mathrm{Q}_1 = 0.0$$

$$\mathrm{m} = 3 \quad \sum_{l\in m} \pm \mathrm{K}_1 \left|\mathrm{Q}_1\right|^{\mathrm{n\text{-}1}} \mathrm{Q}_1 + h_p + H_1 - H_2 = 0.0$$

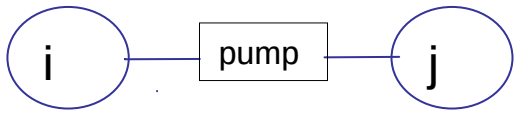
معادله پمپاژ را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$h_p = H_0 - R_p (Q_1)^{n_p} = H_0 - R_p \left|Q_1\right|^{n_p - 1} Q_1$$




$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_2|Q_2|^{n-1} & -K_3|Q_3|^{n-1} & K_4|Q_4|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4|Q_4|^{n-1} & -K_5|Q_5|^{n-1} & K_6|Q_6|^{n-1} & 0 \\ -(K_1|Q_1|^{n-1}+R_p|Q_1|^{np-1}) & -K_2|Q_2|^{n-1} & 0 & 0 & K_5|Q_5|^{n-1} & 0 & K_7|Q_7|^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ 0 \\ 0 \\ -(H_0+H_1-H_2) \end{bmatrix}$$

در روش ديگر مي توان با قرار دادن دو گره اضافي در دو طرف پمپ ، يک المان پمپ بصورت زير تعريف کرد

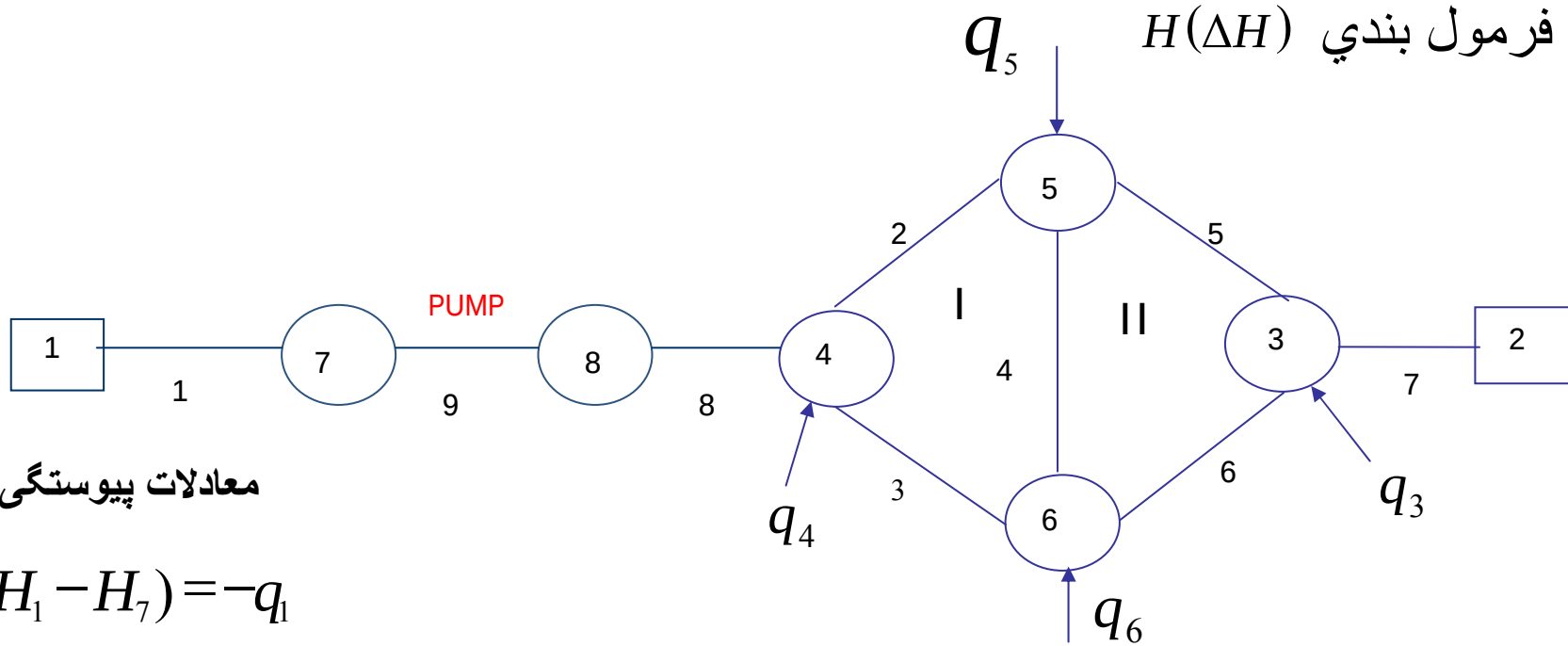



$$H_i - H_j = -h_p = R_p Q_p^{n_p} - H_0$$

$$Q_p^{n_p} = \left(\frac{H_i - H_j + H_0}{R_p}\right)^{1/n_p} = R'_p \left(H_i - H_j + H_0\right)$$

با نوشتن رابطه پيوستگي در دو گره انتهايي پمپ مي توان تعداد معادلات لازم براي بدست آوردن دو مجهول اضافي $H_i, H_j$ را بدست آورد.

فرمول بندي $H(\Delta H)$




**معادلات پیوستگی در گره ها :**

$$-R_1(H_1-H_7)=-q_1$$

$$-R_7(H_2-H_3)=-q_2$$

$$R_7(H_2-H_3)-R_6(H_3-H_6)-R_5(H_3-H_5)=-q_3$$

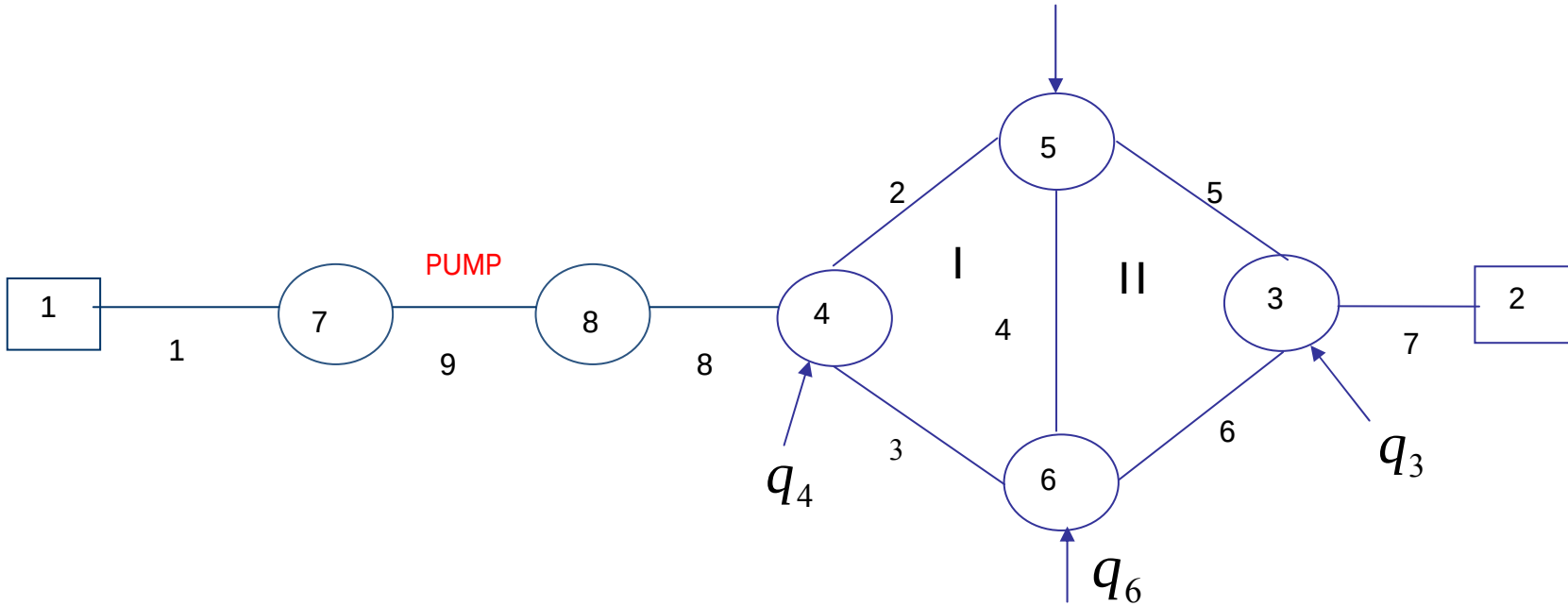
$$-R_3(H_4-H_6)-R_2(H_4-H_5)+R_8(H_4-H_8)=-q_4$$

$$R_5(H_3-H_5)-R_4(H_5-H_6)+R_2(H_4-H_5)=-q_5$$

$$R_6(H_3-H_6)+R_4(H_5-H_6)+R_3(H_4-H_6)=-q_6$$

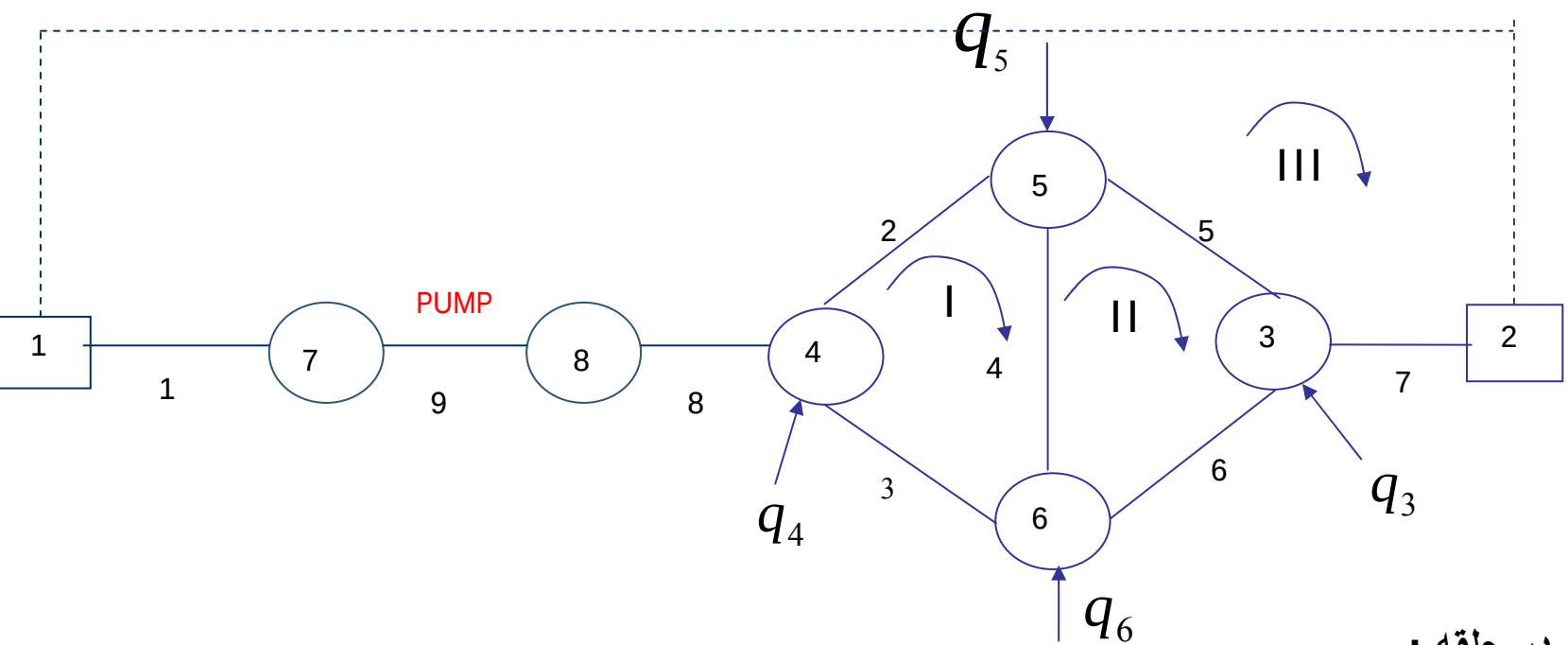
$$-R'_p(H_7-H_8+H_0)+R_1(H_1-H_7)=0$$

$$R'_p(H_7-H_8+H_0)-R_8(H_8-H_4)=0$$




$$\begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_1 & 0 \\ 0 & -R_7 & R_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_7 & -R_{5+6+7} & 0 & R_5 & R_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_{2+3+8} & R_2 & R_3 & 0 & R_8 \\ 0 & 0 & R_5 & R_2 & -R_{2+4+5} & R_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_6 & R_3 & R_4 & -R_{3+4+6} & 0 & 0 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(R'_p + R_1) & R'_p \\ 0 & 0 & 0 & R_8 & 0 & 0 & R'_p & -(R'_p + R_8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ H_7 \\ H_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ +R'_p H_0 \\ -R'_p H_0 \end{bmatrix}$$

فرمول بندي $(\Delta Q)$




**معادلات انرژی در حلقه :**

$$\mathrm{m}=1,2 \quad \sum_{\mathrm{l}\in\mathrm{m}} \pm K_l (Q_l + \sum_{m\in l} \pm \Delta Q_m)^n = 0$$

$$\mathrm{m}=3 \quad \mathrm{K}_7(Q_7+\Delta Q_3)^n + \mathrm{K}_5(Q_5+\Delta Q_3-\Delta Q_2)^n - \mathrm{K}_2(Q_2-\Delta Q_3+\Delta Q_1)^n$$
$$+\mathrm{K}_8(Q_8+\Delta Q_3)^n - K_1(Q_1+\Delta Q_3)^n - R_P(Q_9-\Delta Q_3)^n = H_2 - H_1 - H_0$$

با فرض اینکه $\overline{\mathrm{R}}_{\mathrm{p}} = n_p R_p$ و $\overline{\mathrm{K}}_{\mathrm{l}} = \mathrm{n}_{\mathrm{l}}\mathrm{K}_{\mathrm{l}}$ و بسط معادله سوم خواهیم داشت :

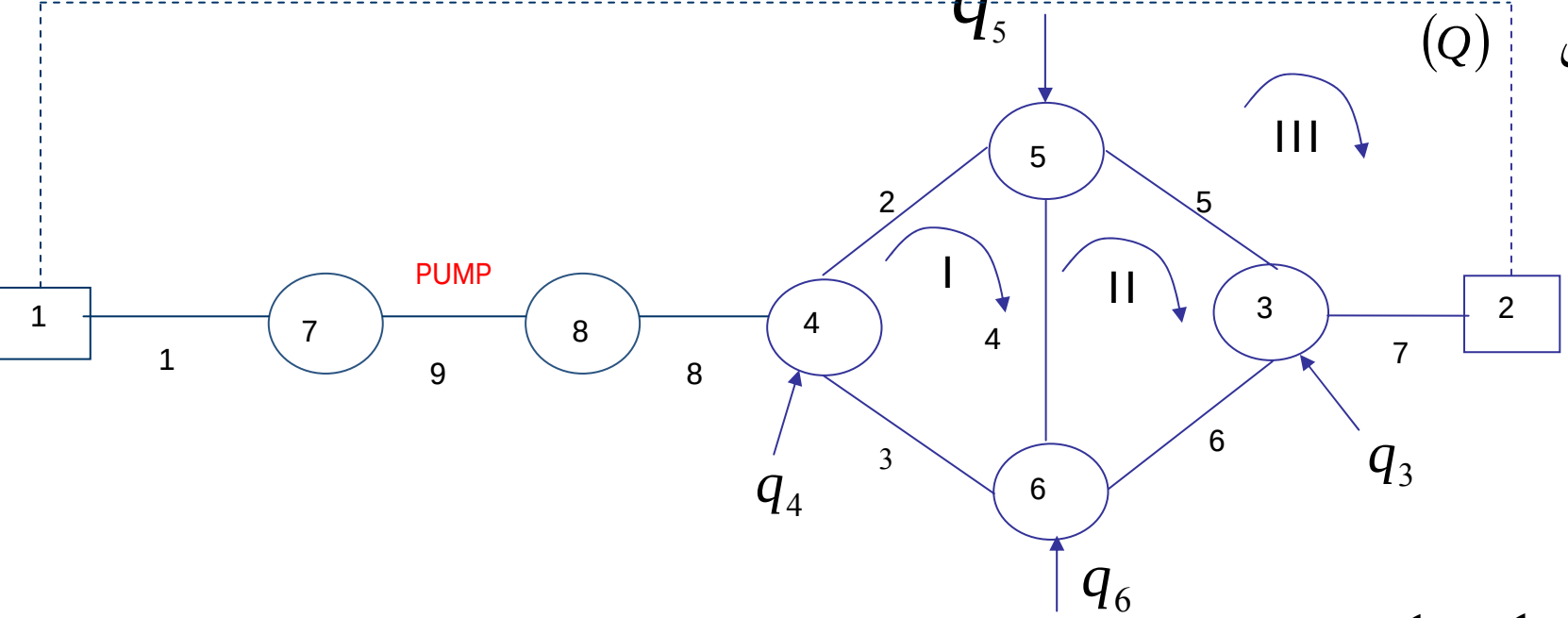
$$((\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{1+2+5+7+8} + \overline{R}_p Q_9^{\,np-1})\Delta Q_3 - (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 \Delta Q_2 - (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 \Delta Q_1 =$$
$$-((\mathrm{K}Q^n)_{5+7} - (\mathrm{K}Q^n)_{1+2} + H_0 + H_1 - H_2)$$

با جایگذاری $(\mathrm{KQ}^{\mathrm{n}})_l = h_{fl}$

$$\begin{bmatrix} (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{2+3+4} & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_4 & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 \\ -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_4 & (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{4+5+6} & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 \\ -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 & (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{1+2+5+7+8} + \overline{R}_p Q_9^{\,np-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} h_{f_l} \\ -\sum_{l\in m=1} h_{f_l} \\ -(\sum_{l\in m=1} h_{f_l} + H_0 + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

فرمول بندي $(Q)$




**معادلات پیوستگی در گره ها :**

$$\sum_{l \to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,.., K$$

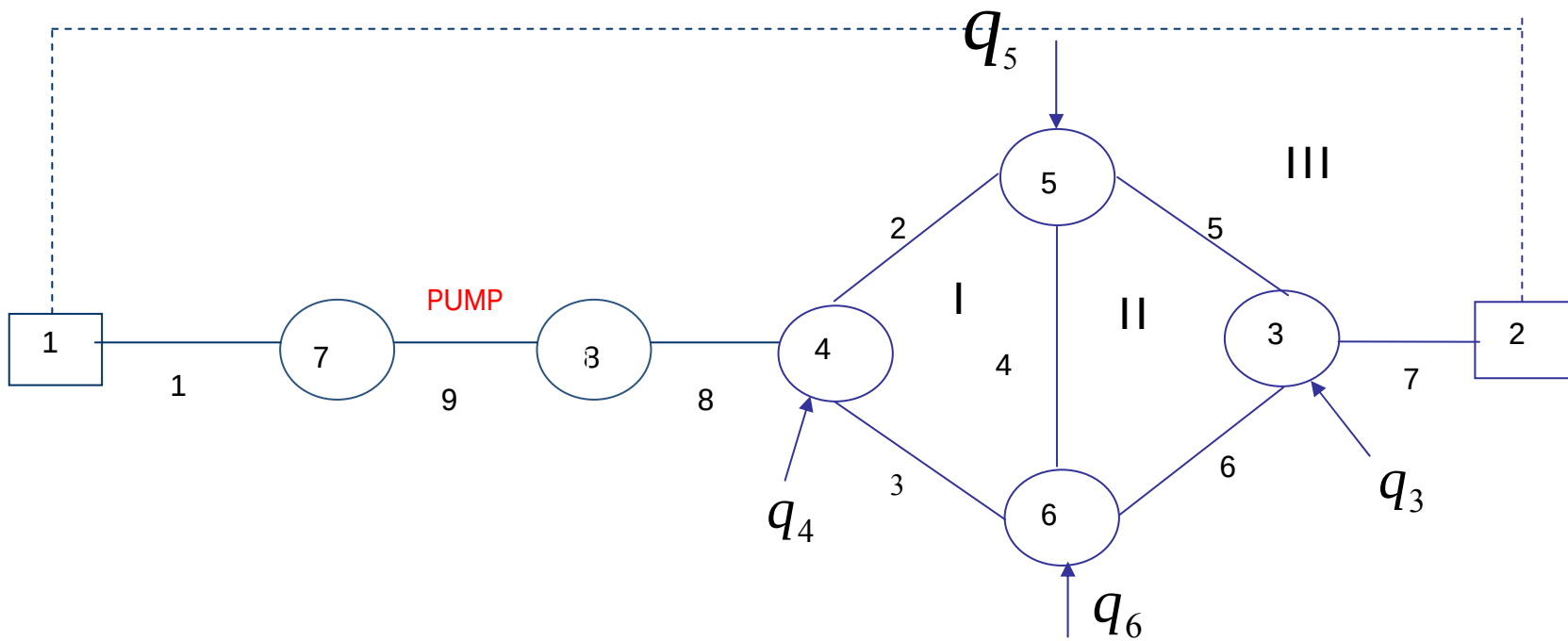
**معادلات انرژی در حلقه :**

$$m = 1,2 \qquad \sum_{l \in m} \pm K_l \left| Q_l \right|^{n-1} Q_l = 0.0$$

$$m=3 \qquad K_7 (Q_7)^n + K_5 (Q_5)^n - K_2 (Q_2)^n$$
$$+ K_8 (Q_8)^n + (R_P Q_P^n - H_0) - K_1 Q_1^n = H_2 - H_1$$

معادله آخر را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$K_7 (Q_7)^n + K_5 (Q_5)^n - K_2 (Q_2)^n + K_8 (Q_8)^n - R_9^P Q_9^n - K_1 Q_1^n = H_2 - H_1 - H_0$$




$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & K_2|Q_2|^{n-1} & -K_3|Q_3|^{n-1} & K_4|Q_4|^{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4|Q_4|^{n-1} & -K_5|Q_5|^{n-1} & K_6|Q_6|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ -K_1|Q_1|^{n-1} & -K_2|Q_2|^{n-1} & 0 & 0 & K_5|Q_5|^{n-1} & 0 & K_7|Q_7|^{n-1} & K_8|Q_8|^{n-1} & R_9^P|Q_9|^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \\ Q_8 \\ Q_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -(H_0 + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

**فرمول بندی شیر یک طرفه:**

برای یک طرفه کردن جریان در لوله های شبکه
شیر یک طرفه بعد از پمپ ها جهت جلوگیری از برگشت جریان به هنگام خاموش کردن پمپ

$$Q_l = \left( \frac{H_i - H_j}{K_l} \right)^{\frac{1}{n}} \qquad if \;\; H_i > H_j$$

در این حالت وجود شیر یک طرفه هیچ گونه تأثیري در شبکه ندارد

$$Q_l = 0 \qquad if \;\; H_i \le H_j$$

در این حالت لوله **ij** از نظر هیدرولیکي از شبکه مورد نظر حذف مي شود.

فرمول بندي شیر یک طرفه و اصولاً انواع شیرها در شبکه ها در صورت استفاده از فرمول بندي $Q(\Delta Q)$ در مقایسه با فرمول بندي $H(\Delta H)$ بسیار مشکل تر است.

## فرمول بندي $H(\Delta H)$

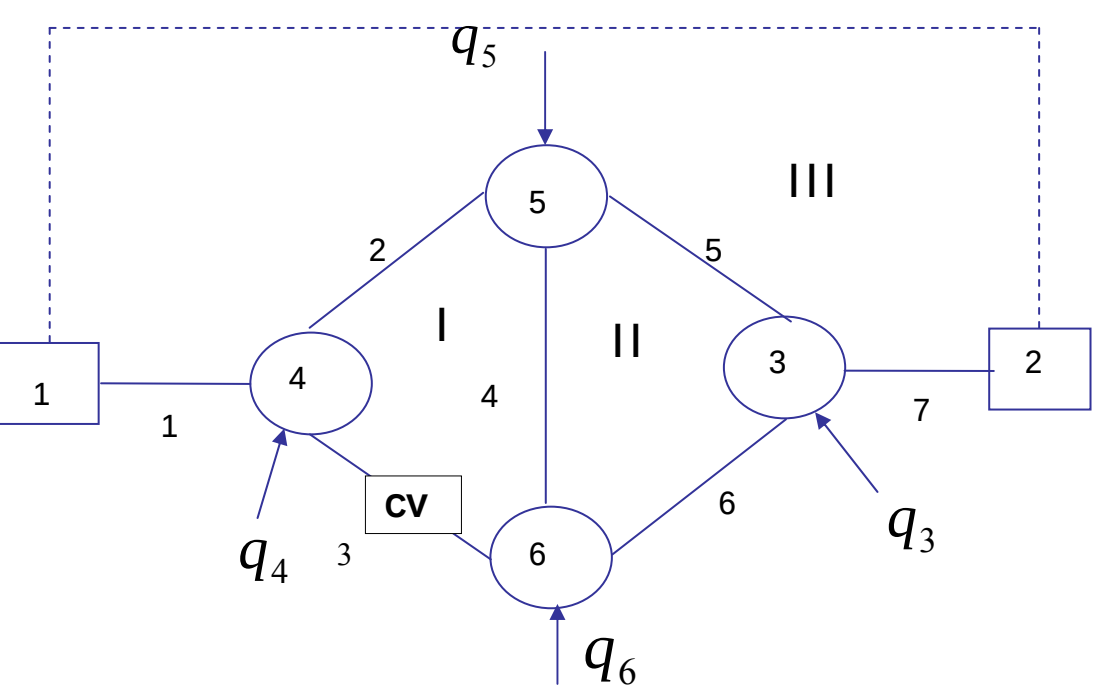
منظور کردن شیر یک طرفه در فرمول بندي لوله حاوي آن

$$Q_l = \left( \frac{H_i - H_j}{K_l} \right)^{\frac{1}{n}} = \left( \frac{H_i - H_j}{K_l} \right)^{\frac{1}{n}-1} \left( H_i - H_j \right) = R_l \left( H_i - H_j \right)$$

$$R_l = \left( \frac{H_i - H_j}{k_l} \right)^{\frac{1}{n}-1} \qquad if \;\; H_i > H_j$$

$$R_l = 0 \qquad if \;\; H_i \le H_j$$

# فرمول بندي $Q(\Delta Q)$



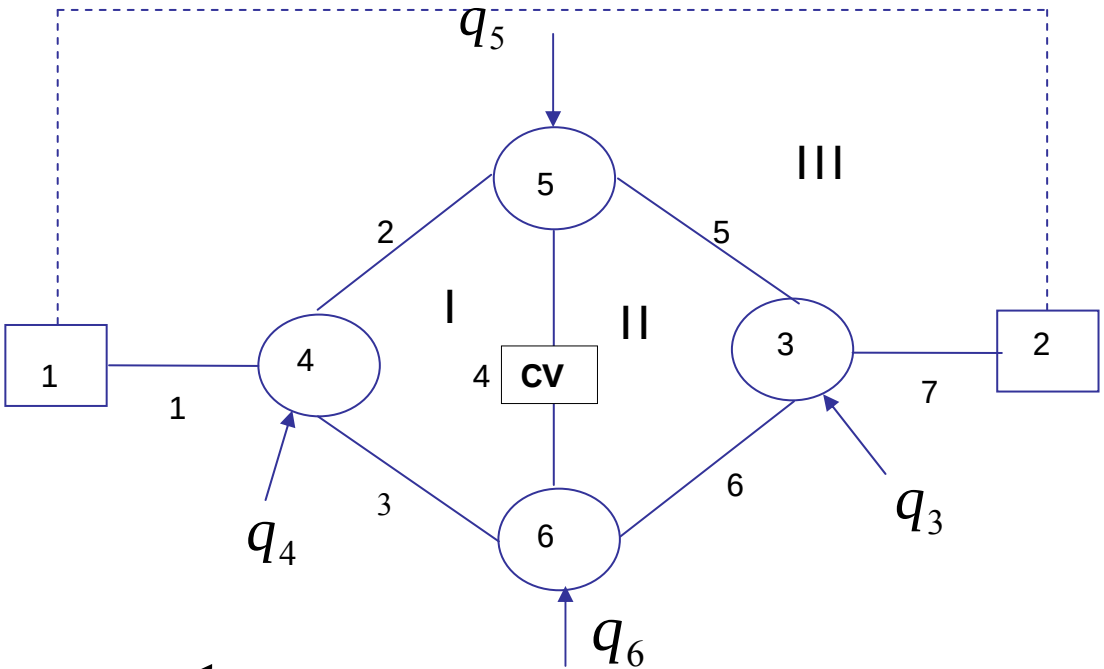

الف- لوله پيراموني: لوله اي كه تنها حاوي يک حلقه است.

معادلات پيوستگي: در اين حالت معادلات پيوستگي گره هاي ۴ و ۶ همانند قبل نوشته مي شود.در صورتي كه مقدار Q3منفي شود به جاي آن در معادلات پيوستگي صفر قرار داده مي شود.

معادلات حلقه: معادلات حلقه ها در اين حالت همانند قبل نوشته مي شود.
در حل تكراري دستگاه معادلات حاصل هر گاه $Q_3^{k+1} = Q_3^k - \Delta Q_I$ كوچكتر از صفر شد،

در اين صورت مقدار $\Delta Q_I$ به گونه اي اصلاح مي شود $\Delta Q_I = Q_3^k$ تا مقدار $Q_3^{k+1}$ برابر صفر شود. پس از آن دستگاه معادلات مربوط با فرض $\Delta Q_I = 0$ حل خواهد شد.

ب- لوله داخلي: لوله اي كه در بيش از يک حلقه وجود داشته باشد.




معادلات پيوستگي: منظور كردن عملكرد هيدروليكي شير يک طرفه در معادلات پيوستگي همانند لوله اي پيراموني است.

معادلات حلقه: در اين حالت دبي جديد لوله ۴ با استفاده از رابطه زير محاسبه مي شود:

$$Q_4^{k+1} = Q_4^k + \Delta Q_I - \Delta Q_{II}$$

در صورتي كه پس از اعمال تصحيحات مقدار $Q_4^{k+1} > 0$ باشد هيچ گونه تغييري در فرآيند حل مسأله لازم نخواهد بود. در شرايطي كه $Q_4^{k+1} < 0$ شود، در اين صورت حالات زير ممكن است رخ دهد

$$Q_4^{k+1} = Q_4^k + \Delta Q_I - \Delta Q_{II}$$

۱- $\Delta Q_I > 0$ و $\Delta Q_{II} > 0$ : در اين حالت $\Delta Q_I$ اعمال شده و مقدار $\Delta Q_{II}$ به گونه اي اصلاح مي شود تا مقدار $Q_4^{k+1} = 0$ شود.

۲- $\Delta Q_I < 0$ و $\Delta Q_{II} < 0$ : در اين حالت $\Delta Q_{II}$ اعمال شده و مقدار $\Delta Q_I$ به گونه اي اصلاح مي شود تا مقدار $Q_4^{k+1}$ برابرصفر شود.

۳- $\Delta Q_I < 0$ و $\Delta Q_{II} > 0$ در اين حالت بايد هر دو مقدار $\Delta Q_I$ و $\Delta Q_{II}$ را به گونه اي اصلاح كرد تا مقدار $Q_4^{k+1}$ برابر صفر شود.

اعمال روش فوق که بر مبناي قضاوت مهندسي از رفتار شير فشارشکن استوار است با مشکلاتي همراه خواهد بود. براي حل اين مشکل مي توان از مباني عددي حل دستگاه معادلات استفاده کرد. دستگاه معادلات حاصل از فرمول بندي $\Delta Q$ را در نظر بگيريد:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_I \\ \Delta Q_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$$

با تعريف دو متغير جديد $\Delta_1 = \Delta Q_I + \Delta Q_{II}$ و $\Delta_2 = \Delta Q_I - \Delta Q_{II}$ داريم:

$$\Delta Q_1 = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{2} \qquad \Delta Q_2 = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2}$$

با استفاده از اين روابط در دستگاه معادله داريم:

$$\frac{k_{11}}{2}(\Delta_1 + \Delta_2) + \frac{K_{12}}{2}(\Delta_1 - \Delta_2) = F_1$$

$$\frac{k_{21}}{2}(\Delta_1 + \Delta_2) + \frac{K_{22}}{2}(\Delta_1 - \Delta_2) = F_2$$

$$\begin{bmatrix} 0.5(K_{11}+K_{12}) & 0.5(K_{11} & K_{12}) \\ 0.5(K_{21}+K_{12}) & 0.5(K_{21} & K_{22}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$$

در حل دستگاه معادلات فوق هر گاه مقدار $Q_4^{k+1} = Q_4^k + \Delta Q_I - \Delta Q_{II} = Q_4^k + \Delta_2$

بزرگتر از صفر بود هيچ گونه تغييري در فرآيند حل داده نمي شود. در غير اين صورت مقدار

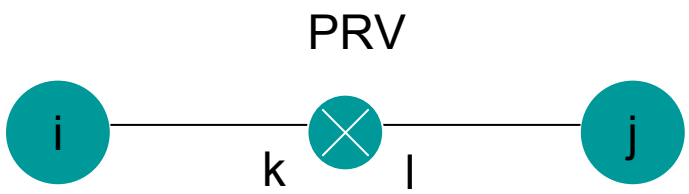
$Q_4^{k+1} = 0$ قرار داده شده و پس از آن دستگاه معادلات با فرض $\Delta_2 = 0$ حل خواهد

شد. حل دستگاه معادلات جديد همواره به جواب هايي براي $\Delta Q_I$ و $\Delta Q_{II}$ منجر مي شود

كه $\Delta_2 = \Delta Q_I - \Delta Q_{II}$ برابر صفرباشد.

# فرمول بندي شير فشارشكن:

شير فشارشكن شيري است كه در صورت افزايش مقدار فشار از فـشار تنظيمـي در بالادسـت، مقدار فشار در پايين دست را از طريق ايجاد افت فشار برابر مقدار فشار تنظيمی مي كند. بر ايـن اساس شير فشارشكن بسته به وضعيت فشار در بالادست آن ممكن است در سـه وضـعيت زيـر قرار گيرد:




۱.فشار بالادست كمتر از فشار تنظيمي است $(P_k < P_{set})$

در اين حالت شير فشارشكن هيچ گونه تأثيري بر روي جريان نداشته و شير در حالت غير بهره برداري است..

۲.فشار بالادست بيشتر از فشار تنظيمی $(P_k > P_{set})$ هد پايين دست لوله كمتر از هد فشار تنظيمی است $(P_{set} + Z_k > H_j)$

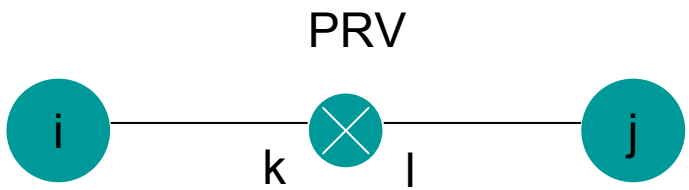
در اين حالت شير فشارشكن مقدار فشار در پايين دست را مستقل از فشار بالادست برابر فشار تنظيمي قرار خواهد داد.

۳.هد پايين دست لوله بيشتر از هد پايين دست شير $(P_{set} + Z_k < H_j)$ يا بيشتر از فشار بالادست لوله $(H_j > H_i)$

در اين حالت جهت جريان در لوله عوض شده و شير فشارشكن همانند شير يک طرفه عمل خواهد كرد.

روش هاي متفاوتي براي مدل سازي هيدروليكي شير فشارشكن ارايه شده است.

مدل شير بر روي لوله:
در اين حالت رفتار شير فشارشكن از طريق اصلاح مدل لوله اي كه شير بر روي آن نصب شده است مدل سازي مي شود.




با فرض اينكه شير فشارشكن در حالت بهره برداري باشد، مدل هيدروليكي لوله به صورت زير نوشته مي شود:

$$H_i - H_k + H_{set} - H_j = K_l Q_l^n$$

$$H_i - \Delta h_{prv} - H_j = K_l Q_l^n = K_l \left| Q_l^{n-1} \right| Q_l = K_l' Q_l$$

كه در آن

$$\Delta h_{prv} = H_k - H_{set}$$

$$H_{set} = P_{set} + Z_k$$

$$Q_l = \left(\frac{H_i - \Delta h_{prv} - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{\left|H_i - \Delta h_{prv} - H_j\right|^{\frac{1}{n}-1}}{(K_l)^{1/n}}(H_i - \Delta h_{prv} - H_j)$$

$$Q_l = R_l^{prv}(H_i - \Delta h_{prv} - H_j)$$

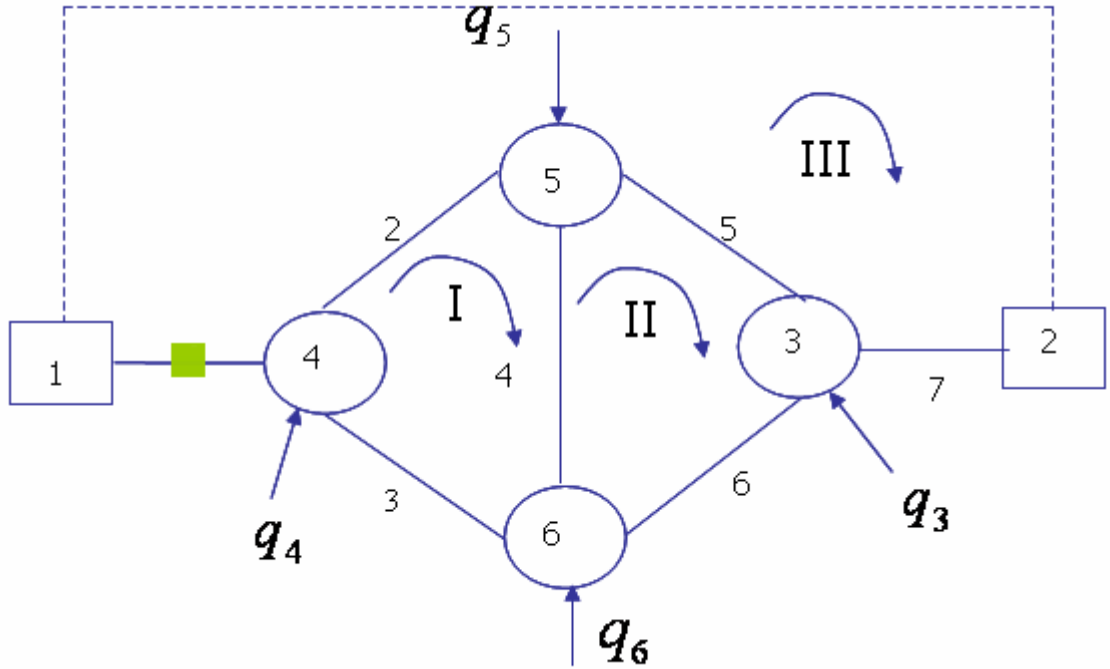
مقدار کمیت مجهول $\Delta h_{prv}$ که همان افت هد در شیر فشارشکن است با استفاده از مقادیر هدهاي گرهي تکرار قبل محاسبه مي شود

این فرمول بندي امکان مدل کردن حالات دیگر شیر فشارشکن یعنـي حالـت غیربهـره بـرداري و حالت شیر یک طرفه را نیز به صورت زیر فراهم مي کند:

حالت غیربهره برداري: در این حالت کافي است که مقدار $\Delta h_{prv}$ برابر صفر قرار داده شود

حالت شیر یک طرفه: در این حالت مقدار $R_l$ یا $K_l'$ برابر صفر قرار داده مي شود.

مثال:




معادلات( H ): مساله داراي هفت مجهول $H_1$ تا $H_6$ ، $\Delta h_{prv}$ است . رابطه پيوستگي در گره هاي ۲ ، ۳ ، ۵ ، ۶ مطابق معمول نوشته مي شود . رابطه پيوستگي در گره ۱ و ۴ نيز با منظور كردن رابطه زير براي دبي لوله ۱ نوشته مي شود .

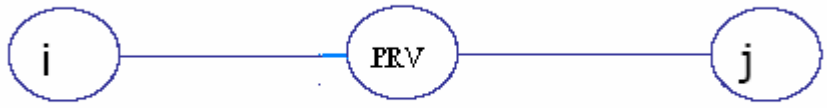
$$Q_1 = \left( \frac{H_1 - \Delta h_{prv} - H_4}{K_1} \right)^{\frac{1}{n}}$$

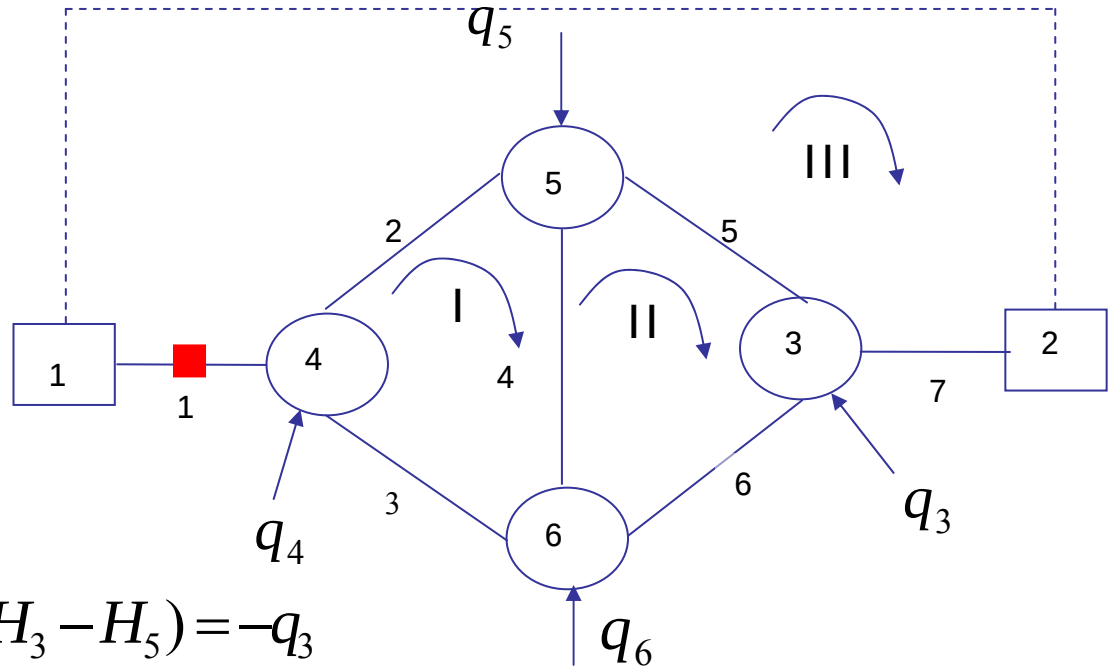
رابطه جريان براي لوله داراي شيرفشارشكن

$$Q_l = \left( \frac{H_i - \Delta h_{prv} - H_j}{K_l} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$Q_l = \frac{\left| (H_i - \Delta h_{prv} - H_j)^{\frac{1}{n}-1} \right|}{(K^{\frac{1}{n}}_l)} (H_i - \Delta h_{prv} - H_j)$$

$$Q_l = R_l^{prv} (H_i - \Delta h_{prv} - H_j)$$




**معادلات پيوستگی در گره ها :**

$$-R_1^{prv}(H_1 - \Delta h_{prv} - H_4) = -q_1$$

$$-R_7(H_2 - H_3) = -q_2$$

$$R_7(H_2 - H_3) - R_6(H_3 - H_6) - R_5(H_3 - H_5) = -q_3$$

$$-R_3(H_4 - H_6) - R_2(H_4 - H_5) + R_1^{prv}(H_1 - \Delta h_{prv} - H_4) = -q_4$$

$$R_5(H_3 - H_5) - R_4(H_5 - H_6) + R_2(H_4 - H_5) = -q_5$$

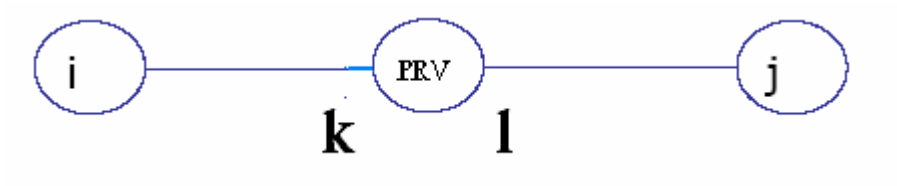
$$R_6(H_3 - H_6) + R_4(H_5 - H_6) + R_3(H_4 - H_6) = -q_6$$

دو روش براي حل شبكه وجود دارد .در حالتي كه $\Delta h_{prv}$ مجهول فرض شود معادله هفتم را به طريق زير بدست مي آوريم:(رابطه كلي)

فرض مي كنيم طول لوله l-j ، $\alpha$ برابر طول لوله i-j باشد

$$L_{l-j} = \alpha L_{i-j} \Rightarrow 0 < \alpha < 1$$

$$K_{l-j} = \alpha K_l$$




با توجه به معادله جريان در لوله l:

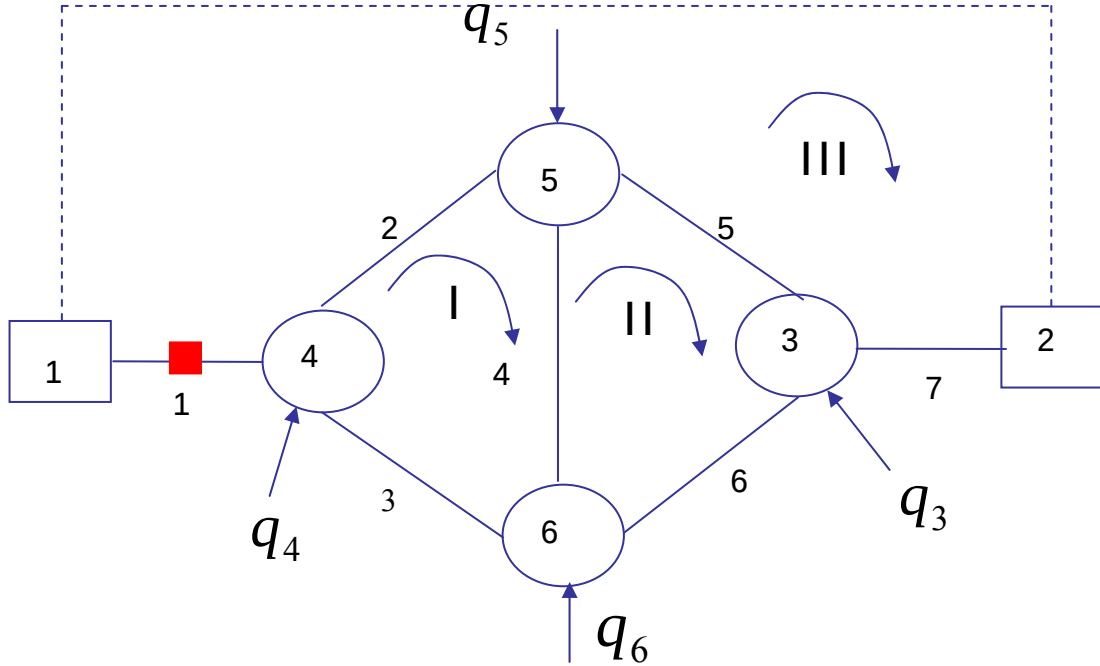
$$\left(\frac{H_i - \Delta h_{prv} - H_j}{K_l}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{H_{set} - H_j}{\alpha K_l}\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\frac{(H_i - \Delta h_{prv} - H_j)^{\frac{1}{n}-1}}{K_l^{\frac{1}{n}}}(H_i - \Delta h_{prv} - H_j) = \frac{(H_{set} - H_j)^{\frac{1}{n}-1}}{(\alpha K_l)^{\frac{1}{n}}}(H_{set} - H_j)$$

$$R_l^{prv} = \frac{(H_i - \Delta h_{prv} - H_j)^{\frac{1}{n}-1}}{K_l^{\frac{1}{n}}}, \overline{R_l^{prv}} = \frac{(H_{set} - H_j)^{\frac{1}{n}-1}}{(\alpha K_l)^{\frac{1}{n}}}$$

$$R_l^{prv}(H_i - \Delta h_{prv} - H_j) = \overline{R}_l^{prv}(H_{set} - H_j)$$

$$R_l^{prv} H_i - (R_l^{prv} - \overline{R_l}^{prv}) H_j - R_l^{prv} \Delta h_{prv} = \overline{R_l^{prv}} H_{set}$$




$$\begin{bmatrix} -R_1^{prv} & 0 & 0 & R_1^{prv} & 0 & 0 & R_1^{prv} \\ 0 & -R_7 & R_7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_7 & -R_{5+6+7} & 0 & R_5 & R_6 & 0 \\ R_1^{prv} & 0 & 0 & -(R_1^{prv}+R_{2+3}) & R_2 & R_3 & -R_1^{prv} \\ 0 & 0 & R_5 & R_2 & -R_{2+4+5} & R_4 & 0 \\ 0 & 0 & R_6 & R_3 & R_4 & -R_{3+4+6} & 0 \\ R_1^{prv} & 0 & 0 & -(R_1^{prv}-\overline{R_1^{prv}}) & 0 & 0 & -R_1^{prv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \\ \Delta h_{prv} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1 \\ -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ \overline{R_1}^{prv} H_{set} \end{bmatrix}$$

این روش به افزایش تعداد معادلات و مجهولات منجر می شود . برای اجتناب از این مشکل $\Delta h_{prv}$

معلوم فرض می شود.در این صورت رابطه پیوستگی در گرههای ۱ و ۴ را بصورت زیر می توان نوشت.

$$-R_1^{prv}(H_1-\Delta h_{prv}-H_4)=-q_1$$

$$-R_3(H_4-H_6)-R_2(H_4-H_5)+R_1^{prv}(H_1-\Delta h_{prv}-H_4)=-q_4$$

با نگه داشتن معلومات در سمت راست

$$-R_1^{prv}(H_1-H_4)=-q_1-R_1^{prv}\Delta h_{prv}$$

$$-R_3(H_4-H_6)-R_2(H_4-H_5)+R_1^{prv}(H_1-H_4)=-q_4+R_1^{prv}\Delta h_{prv}$$

$$\begin{bmatrix} -R_1^{prv} & 0 & 0 & R_1^{prv} & 0 & 0 \\ 0 & -R_7 & R_7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_7 & -R_{5+6+7} & 0 & R_5 & R_6 \\ R_1^{prv} & 0 & 0 & -(R_1^{prv}+R_{2+3}) & R_2 & R_3 \\ 0 & 0 & R_5 & R_2 & -R_{2+4+5} & R_4 \\ 0 & 0 & R_6 & R_3 & R_4 & -R_{3+4+6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \\ H_5 \\ H_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_1-R_1^{prv}\Delta h_{prv} \\ -q_2 \\ -q_3 \\ -q_4+R_1^{prv}\Delta h_{prv} \\ -q_5 \\ -q_6 \end{bmatrix}.$$

مقدار $\Delta h_{prv}$ را در هر تکرار می توان با استفاده از مقدار دبی لوله شماره l (لوله شامل شیر فشارشکن )در تکرار قبلی و از طریق رابطه کلی زیر بدست آورد .

این رابطه برای لوله شماره ۱ در این شبکه نیز نوشته شده است.

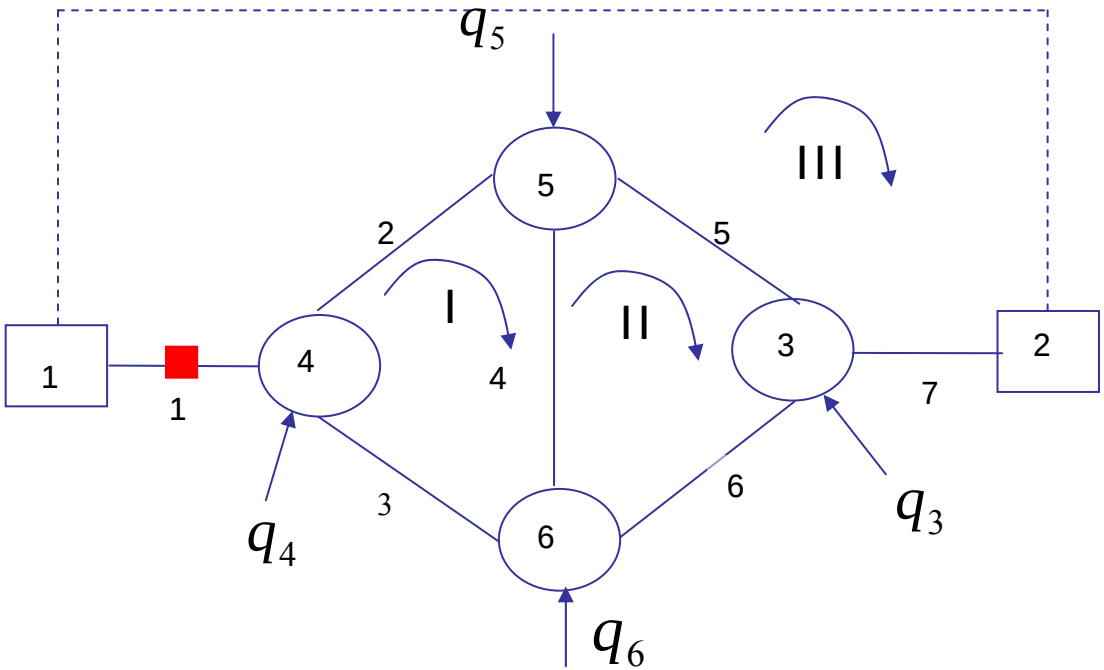
$$H_i - H_k = (1-\alpha) K_l Q_l^{nprv}$$

$$\Delta h_{prv} = H_k - H_{set}$$

$$\Delta h_{prv} = (H_i - H_{set}) - (1-\alpha) K_l Q_l^{n_{prv}}$$

$$\Delta h_{prv} = (H_1 - H_{set}) - (1-\alpha) K_1 Q_1^{n_{prv}}$$

معادلات Q و $\Delta Q$ : در اين معادلات وجود شيرفشارشكن تنها در معادله انرژي حلقه اي كه شامل شيرفشارشكن است تاثير خواهد گذاشت . معادله انرژي حلقه III بصورت زير نوشته مى شود.



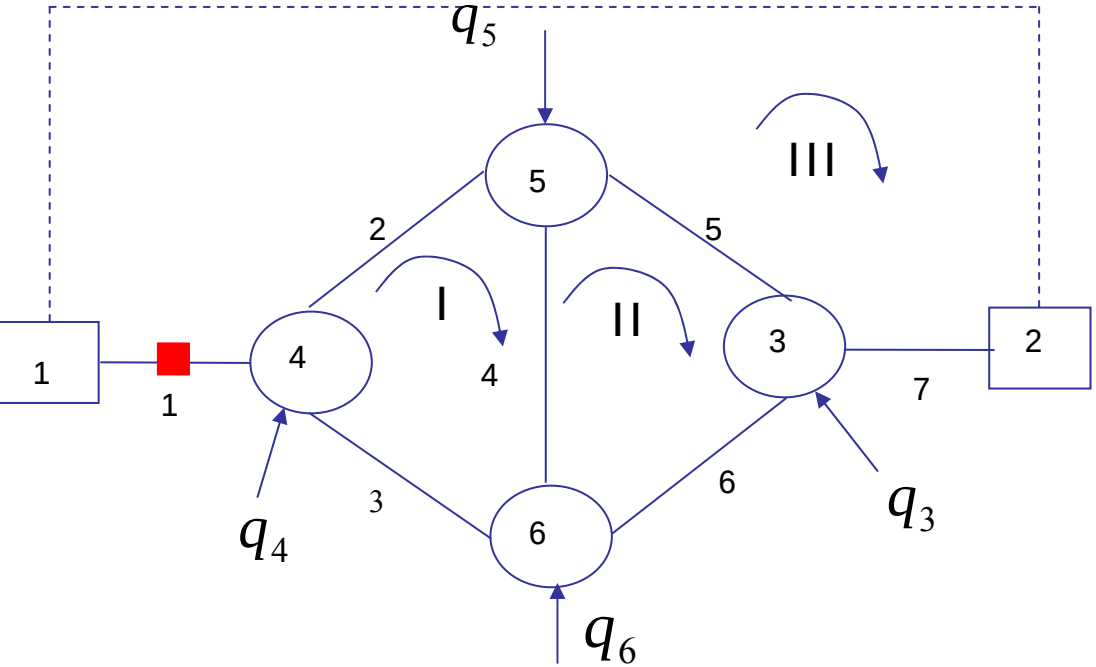

$$K_7\left(Q_7+\Delta Q_3\right)^n+K_5\left(Q_5+\Delta Q_3-\Delta Q_2\right)^n-K_2\left(Q_2-\Delta Q_3+\Delta Q_1\right)^n$$
$$-K_1\left(Q_1-\Delta Q_3\right)^n-\Delta h_{prv}+H_1-H_2=0$$

روش ۱: مي توان $\Delta h_{prv}$ را تابعي از دبي تكرار قبل در نظر گرفت و آن را بعنوان كميتي معلوم بدست راست معادلات حاصل انتقال داد .

روش ۲: با جايگذاري زير مي توان دستگاه معادلات حاصل را حل كرد.

$$\Delta h_{prv}=H_1-H_{set}-(1-\alpha)K_1\left(Q_1-\Delta Q_3\right)^{n_{prv}}$$

## معادلات $\Delta Q$ :




### روش اول :

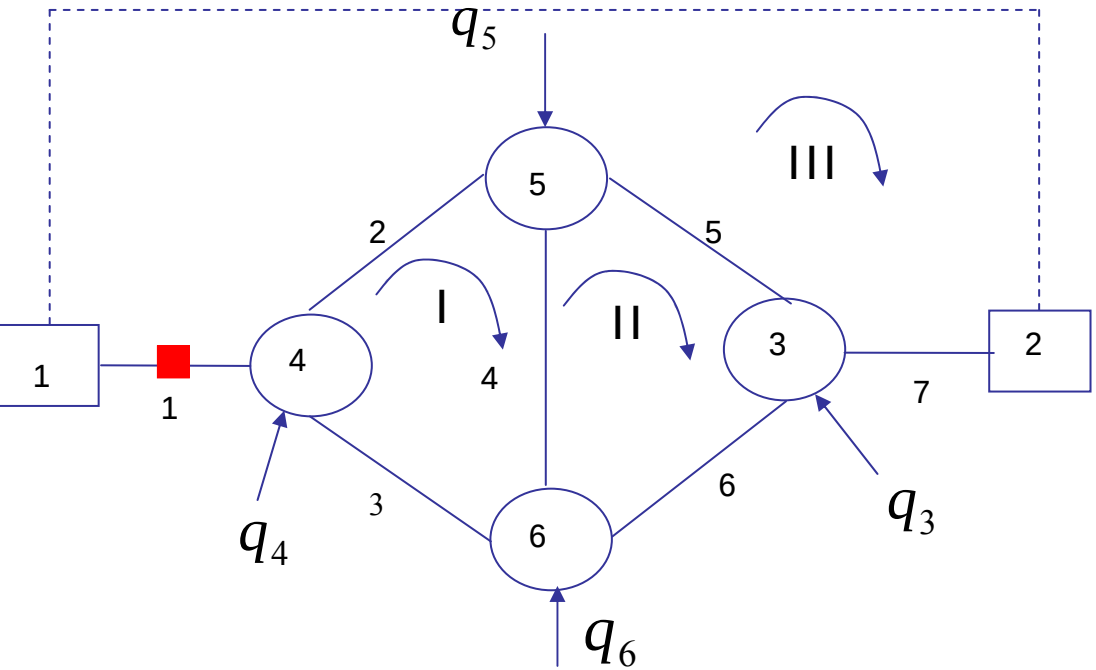
در این روش فرض می شود که $\Delta h_{prv}$ معلوم است و از اطلاعات مربوط به تکرار قبلی،قابل محاسبه است بنابراین در دسته معلومات مسئله قرار می گیرد.

### معادلات انرژی در حلقه :

$$m = 1,2 \quad \sum_{l \in m} \pm K_l (Q_l + \sum_{m \in l} \pm \Delta Q_m)^n = 0$$

$$\mathrm{m} = 3 \quad K_7 (Q_7 + \Delta Q_3)^n + K_5 (Q_5 + \Delta Q_3 - \Delta Q_2)^n - K_2 (Q_2 - \Delta Q_3 + \Delta Q_2)^n$$

$$- K_1 (Q_1 - \Delta Q_3)^n = \Delta h_{prv} - H_1 + H_2$$



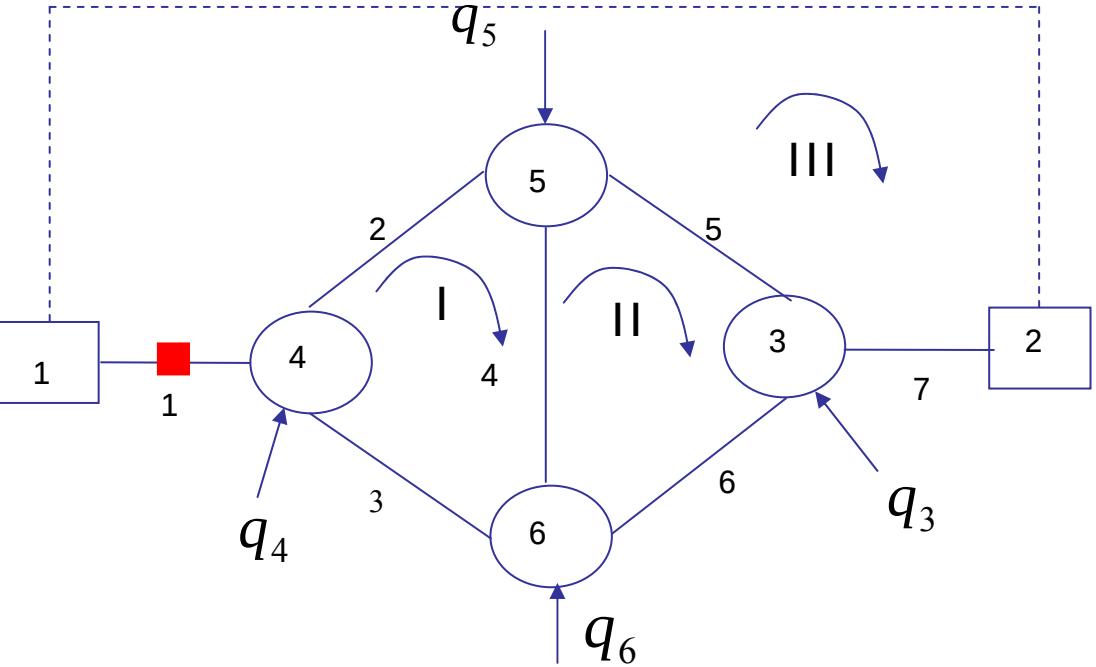

$$\begin{bmatrix} (\bar{K}Q^{n-1})_{2+3+4} & -(\bar{K}Q^{n-1})_4 & -(\bar{K}Q^{n-1})_2 \\ -(\bar{K}Q^{n-1})_4 & (\bar{K}Q^{n-1})_{4+5+6} & -(\bar{K}Q^{n-1})_5 \\ -(\bar{K}Q^{n-1})_2 & -(\bar{K}Q^{n-1})_5 & (\bar{K}Q^{n-1})_{1+2+5+7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} h_{f_l} \\ -\sum_{l\in m=2} h_{f_l} \\ -(\sum_{l\in m=3} h_{f_l} - \Delta h_{prv} + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

که در آن $\Delta h_{prv}$ با استفاده از دبی های مرحله قبل بدست آمده اند.

$$\Delta h_{prv} = H_1 - H_{set} - (1-\alpha)K_1(Q_1)^{n_{prv}}$$

## روش دوم :

در این روش $\Delta h_{prv}$ مجهول فرض می شود.




**معادلات انرژی در حلقه :**

$$\mathrm{m}=1,2 \quad \sum_{\mathrm{l}\in\mathrm{m}} \pm K_l (Q_l + \sum_{m\in l} \pm \Delta Q_m)^n = 0$$

$$\mathrm{m}=3 \quad \mathrm{K}_7(Q_7+\Delta Q_3)^n + \mathrm{K}_5(Q_5+\Delta Q_3-\Delta Q_2)^n - \mathrm{K}_2(Q_2-\Delta Q_3+\Delta Q_1)^n$$
$$-\mathrm{K}_1(Q_1-\Delta Q_3)^n - \Delta h_{prv} + H_1 - H_2 = 0$$

معادله $\Delta h_{prv}$ را به صورت زیر در نظر می گیریم :

$$\Delta h_{prv} = H_1 - H_{set} - (1-\alpha)K_1\left(Q_1-\Delta Q_3\right)^{n_{prv}}$$

با فرض اینکه

$$\overline{\mathrm{K}}_1 = \mathrm{nK}_1$$

و بسط معادله سوم خواهیم داشت :

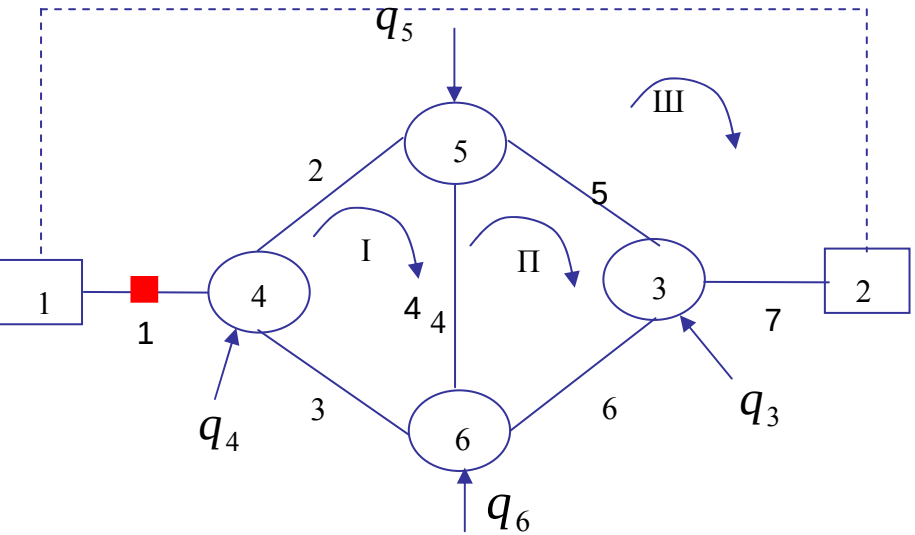
$$((\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{1+2+5+7} - (1-\alpha)\overline{K}_1 Q_1^{\,n_{prv}-1})\Delta Q_3 - (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 \Delta Q_2 - (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 \Delta Q_1 =$$
$$-((\mathrm{K}Q^{n})_{5+7} - (\mathrm{K}Q^{n})_{1+2} + H_{set} - H_2 - (1-\alpha)K_1 Q_1^{\,n_{prv}})$$

با جایگذاری $(\mathrm{K}Q^{\mathrm{n}})_l = h_{fl}$

$$\begin{bmatrix} (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{2+3+4} & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_4 & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 \\ -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_4 & (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{4+5+6} & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 \\ -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_2 & -(\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_5 & (\overline{\mathrm{K}}Q^{n-1})_{1+2+5+7} - (1-\alpha)\overline{K}_1 Q_1^{\,n_{prv}-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -\sum_{l\in m=1} h_{f_l} \\ -\sum_{l\in m=1} h_{f_l} \\ -(\sum_{l\in m=1} h_{f_l} + H_{set} - H_2 - (1-\alpha)K_1 Q_1^{\,n_{prv}}) \end{bmatrix}$$

## معادلات $Q$ :




## روش اول :

در این روش فرض می شود که $\Delta h_{prv}$ معلوم است و از اطلاعات مربوط به تکرار قبلی قابل محاسبه است بنابراین در دسته معلومات مسئله قرار می گیرد.

**معادلات پیوستگی در گره ها :**

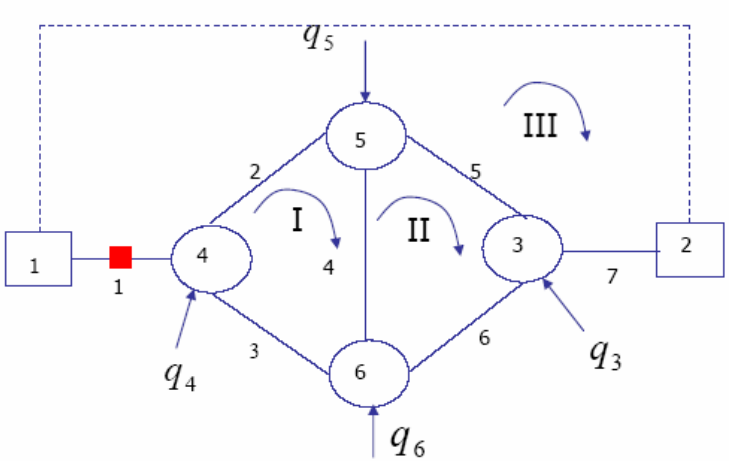
$$\sum_{l\to k} \pm Q_l = -q_k \qquad k = 1,..,K$$

**معادلات انرژی در حلقه :**

$$m = 1,2 \qquad \sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l = 0.0$$

$$m = 3 \qquad \sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l - \Delta h_{prv} + H_1 - H_2 = 0.0$$

$$\sum_{l\in m} \pm K_l \left|Q_l\right|^{n-1} Q_l = -(-\Delta h_{prv} + H_1 - H_2)$$




$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_2|Q_2|^{n-1} & -K_3|Q_3|^{n-1} & K_4|Q_4|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4|Q_4|^{n-1} & -K_5|Q_5|^{n-1} & K_6|Q_6|^{n-1} & 0 \\ -K_1|Q_1|^{n-1} & -K_2|Q_2|^{n-1} & 0 & 0 & K_5|Q_5|^{n-1} & 0 & K_7|Q_7|^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ 0 \\ 0 \\ -(-\Delta h_{prv} + H_1 - H_2) \end{bmatrix}$$

**روش دوم :**

در این روش $\Delta h_{prv}$ مجهول فرض مي شود.

**معادلات پیوستگی در گره ها :**

$$\sum_{l\to k} \pm Q_l = -q_k \qquad \mathrm{k} = 1,..,\mathrm{K}$$

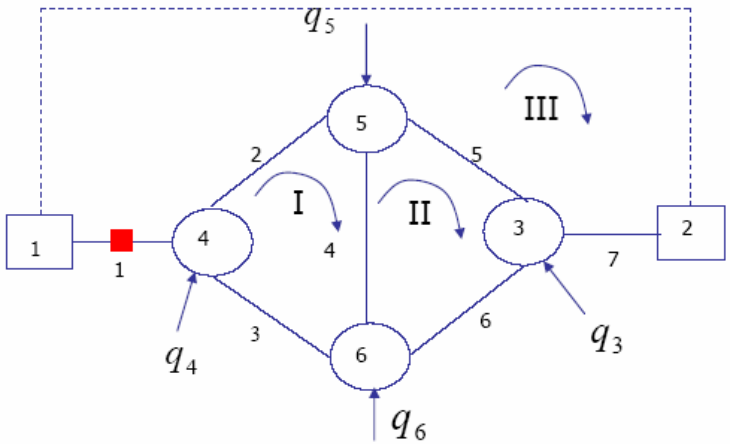
**معادلات انرژی در حلقه :**

$$\mathrm{m} = 1,2 \quad \sum_{l\in m} \pm \mathrm{K}_l \left|\mathrm{Q}_l\right|^{\mathrm{n\text{-}1}} \mathrm{Q}_l = 0.0$$

$$\mathrm{m} = 3 \quad \sum_{l\in m} \pm \mathrm{K}_l \left|\mathrm{Q}_l\right|^{\mathrm{n\text{-}1}} \mathrm{Q}_l - \Delta h_{prv} + H_1 - H_2 = 0.0$$

معادله شیرفشارشکن را به صورت زیر در نظر می گیریم :

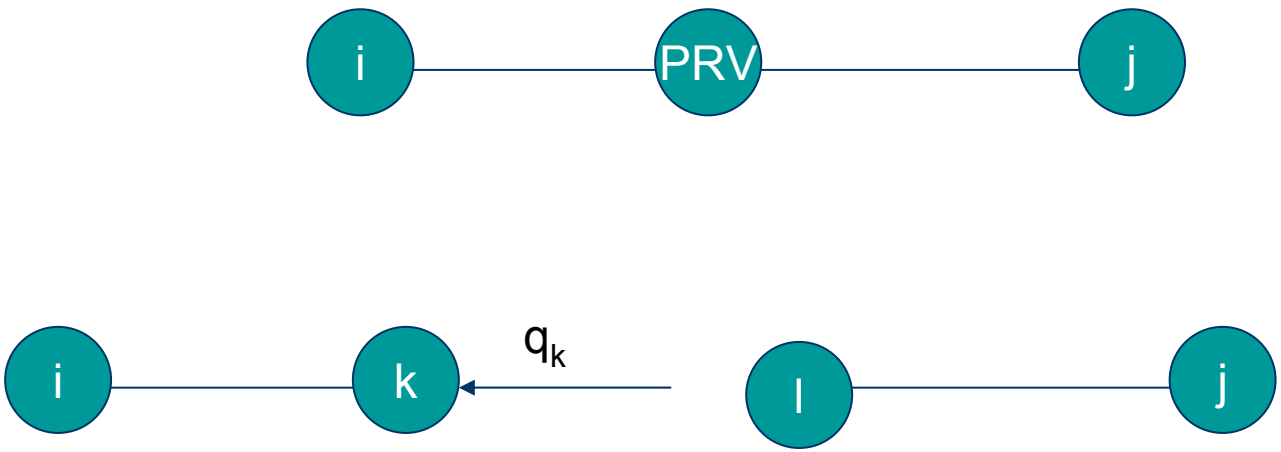
$$\Delta h_{prv} = H_1 - H_{set} - (1-\alpha) K_1 \left|Q_1^{\,n-1}\right| Q_1$$




$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & K_2|Q_2|^{n-1} & -K_3|Q_3|^{n-1} & K_4|Q_4|^{n-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_4|Q_4|^{n-1} & -K_5|Q_5|^{n-1} & K_6|Q_6|^{n-1} & 0 \\ -(2-\alpha)K_1|Q_1^{n-1}| & -K_2|Q_2|^{n-1} & 0 & 0 & K_5|Q_5|^{n-1} & 0 & K_7|Q_7|^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \\ Q_6 \\ Q_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -q_3 \\ -q_4 \\ -q_5 \\ -q_6 \\ 0 \\ 0 \\ -(-H_2 + H_{set}) \end{bmatrix}$$

مدل چشمه- چاه:

در این مدل شیر فشارشکن با فرض حالت بهره برداری با دو گره چشمه (l) و گره چاه (k) جایگزین می شود که در آن مقدار هد گره چشمه برابر هد تنظیمی ($H_l=H_{prv}$) و مقدار هد گره چاه $H_k$ و دبی گرهی $q_k$ هر دو مجهول است. چنین مدلی دارای یک مجهول اضافی $q_k$ است که با معادله اضافی $q_k=Q_{ij}$ جبران می شود.



# مصالح مورد نیاز در آبرسانی

1- لوله ها
2- شیرها
3- پمپها
4- مخازن

# 1- لوله ها

## لوله های چدنی:

در ایران با قطر $15 \le D \le 700^{mm}$ ساخته میشوند

# کلاسهای لوله های چدنی طبق استاندارد ISO

| کلاس | فشار قابل تحمل (atm) | فشار حداکثر |
|---|---|---|
| LA | 8 | 20 |
| A | 10 | 25 |
| B | 12 | 30 |

## لوله های چدنی:

- این لوله ها خشک و شکننده هستند
- دارای اتصالات نر و ماده هستند
- از واشر لاستیکی برای آببندی در محل اتصال استفاده می شود
- در محل اتصال دو لوله برای آببندی از سرب مذاب استفاده می شود.

## 2 – لوله های چدنی داکتیل

در مقایسه با لوله های چدنی معمولی دارای استحکام، شکل پذیری و عمر بیشتر در برابر خوردگی هستند

$$80 \le D \le 2000^{mm}$$

$$80 \le D \le 500 \Rightarrow L = 4,5,5.5,6^{m}$$

$$500^{mm} \le D \le 1000 \Rightarrow L = 4,5,5.5,6,7$$

$$1000 \le D \le 2000 \Rightarrow L = 4,5,5.5,6^{m}$$

فشار کاری این لوله ها $P = 16^{atm}$ می باشد

فشار تست در کارخانه تابعی از قطر آنهاست:

$$80 \le D \le 300^{mm} \Rightarrow P = 50$$

$$350 \le D \le 600 \Rightarrow P = 40.5$$

$$700 \le D \le 1000^{mm} \Rightarrow P = 32$$

# 3 – لوله های آزبست سیمان

$$D \le 200 \Rightarrow L = 3^{m}$$

$$D \ge 200^{mm} \Rightarrow L = 4^{m}$$

برای $60 \le D \le 500$ دارای ضخامت $9 \le t \le 50^{m}$ می باشند

با گذشت زمان (به علت وجود سیمان) تا 35 % افزایش مقاومت پیدا می کنند.

در کارخانه های ایرانیت، پارسیت، دپرسیت ساخته می شوند.

در ایران برای اتصال آنها از قطعه ای به نام مانشیون استفاده می شود

دارای سه حلقه لاستیکی $D \geq 500^{mm}$

## 4 – لوله های بتنی

برای تقویت آنها در برابر کشش از نولدر استفاده می شود.

$4 \leq L \leq 6^{m}$

در رشت ساخته می شوند

قطرهای آرماتورها

$$\left.\begin{array}{l} D \le 1500 \rightarrow d_s = 6^{mm} \\ D > 1500 \rightarrow d_s = 8^{mm} \end{array}\right\}$$

$t = 80$ یا $t = 95$ یا $t = 110^{mm}$

قطرهای موجود:

400، 500، 600، 800، 1000، 1250، 1500

## 5 – لوله های فولادی

در لوله سازی اهواز ساخته می شوند

$$60 \leq D \leq 3000 \ ^{mn}$$

مزیت: دارای خاصیت الاستیسته و مقاومت در برابر ضربه قوچ

عیب: گرانی

کمتر برای شبکه های آبرسانی و بیشتر برای خطوط انتقال استفاده می شوند .

## ۶ – لوله های پلاستیکی

$$12 \le D \le 4000\ ^{mm}$$

در ایران تا قطر $D = 700^{mm}$ ساخته می شود.

انواع:

پلاستیک خشک P.V.C

پلاستیک نرم PE (پلی اتیلن)

لوله های پلاستیکی در سه کلاس

$$P_3 = 16^{atm}, P_2 = 10, P_1 = 6^{atm}$$

ساخته می شوند.

در کارخانه فارسیت برای $60 \le D \le 2000^{mm}$

ساخته می شوند.

لوله های C.P.V.C برای فاضلابها نوع دیگری از لوله های پلاستیکی هستند

## ۷ – لوله های R.P.G

فشارکاری حدود $15^{atm}$ است و در برابر خوردگی بسیار مقاوم است.

دارای اتصالات پلاستیکی است.

دارای الیاف شیشه در نقش آرماتور

در ایران به علت هزینه بالا استفاده نمی شود.

# مخازن توزیع

**کاربرد:** ذخیره سازی، متعادل کردن نوسانات مصرف، تأمین فشار

**انواع:**

**موقعیت نسبت به سطح زمین:**

مخزن زمینی (مدفون یا نیمه مدفون)

مخزن هوایی

**موقعیت نسبت به سطح منطقه مصرف کنندگان:**

مخزن سطحی

مخزن مرتفع (هوایی یا زمینی)

**شکل هندسی:**

استوانه ایی

مکعب مستطیلی

مخازن معمولا" بصورت دوقلو ساخته میشوند

تغذیه و برداشت از مخزن از طریق دو لوله مجزا و یا یک لوله مشترک صورت میگیرد. در حالت اخیر مخزن **شناور** بر روی شبکه خوانده می شود.

## کاربرد:

### ۱ – ذخیره سازی:

a) **ذخیره آتش نشانی:**

تأ مین سریع آب مورد نیاز آتش نشانی

b) **ذخیره متعادل سازی:**

جهت از بین بردن نوسانات مصرف و ثابت کردن دبی پمپاژ به مخازن در کارایی بالا

c) **ذخیره اضطراری:**

جهت تأمین آب در مواقع قطع آب

## ۲ – تأمین فشار:

**a) متعادل سازی فشار:**

استقرار مخازن مرتفع درنقاط پرمصرف جهت کاهش نوسان فشار ناشی از نوسانهای مصرف

**b)تأمین فشار**

**c)متعادل کردن هد روی پمپها:**

استقرار مخزن مرتفع نزدیک ایستگاههای پمپاژ باعث ثابت شدن هد پمپاژ شده و انتخاب پمپ و بهره برداری با کارایی بالا را میسر می کند

**تأسیسات مخزن**: جهت بهره برداری مطلوب از مخزن

۱ – **لوله های ورودی و خروجی**:

معمولا" ورود آب از بالا و خروج آن از پایین صورت می گیرد.

لوله ورودی روبروی خروجی و در دورترین فاصله از آن قرار می گیرد

هر لوله ورودی شامل یک شیر قطع و وصل جریان و یک شیر شناور جهت قطع آب در ارتفاع معینی است

جهت جلوگیری از ورود هوا، حداقل ارتفاع آب روی لوله خروجی باید دو برابر قطر لوله خروجی باشد

لوله خروجی شامل یک شیر قطع و وصل جریان

فاصله لوله خروجی از کف حداقل ۱۵سانتی متر

## تجهیزات شتشو:

نصب لوله تخلیه جهت شتشوی مخزن

دهانه لوله تخلیه در حوضچه تخلیه قرار می گیرد

شیب کف مخزن بین $1/100$ تا $1/500$بطرف حوضچه تخلیه

لوله تخلیه شامل شیر قطع و وصل جریان است.

**تجهیزات سرریز**: جهت کنترل حداکثر تراز سطح آب به اندازه ۳۰ سانتی متر از سقف
قطر لوله سرریز حداقل برابر قطر ورودی

**شیرآلات** : شیر قطع و وصل بر روی لوله های ورودی ، لوله های خروجی، لوله های تخلیه و شیر شناور روی دهانه لوله ورودی

**هواکش** : نصب در سقف مخزن جهت تهویه داخل مخازن

**تجهیزات نشان دهنده سطح آب**:

مکانیکی یا الکترونیکی

**سیستم زهکش سقف و اطراف مخزن**:

جهت جلوگیری از توقف آب در سقف مخزن وجلوگیری از جریانهای سطحی به شعاع ۱۵ متری مخزن

انواع فاضلابها

فاضلابها را بسته به منبع تولید آنها به سه دسته تقسیم می کنند:

فاضلابهای خانگی و عمومی

فاضلابهای صنعتی

فاضلابهای سطحی(آب باران)

مقدار فاضلابهای خانگی و عمومی و فاضلابهای صنعتی تابعی از میزان آب مصرفی است. مقدار فاضلابهای سطحی نیز تابعی از مشخصات هیدرلوژی منطقه است.

**تعیین مقدار فاضلاب**

**متوسط سرانه فاضلاب :**

مقدار فاضلاب تولید شده با متوسط سرانه فاضلاب تعریف می شود که بیانگر میانگین روزانه مقدار کل فاضلاب اعم از خانگی و عمومی و صنعتی در طول یکسال به ازای هر نفر از جمعیت شهر و بدون در نظر گرفتن نشتاب می باشد.با در نظر گرفتن شرایط اقلیمی و اجتماعی مناطق مختلف ایران مقدار ۷۰ تا ۹۰ درصد مصرف آب خانگی (بدون فضای سبز) ،عمومی، صنعتی و تجاری تبدیل به فاضلاب میشود.

این درصد به نام ضریب تبدیل آب به فاضلاب خوانده میشود. با توجه به مصرف سرانه آب در ایران متوسط سرانه فاضلاب بین ۸۰ تا ۱۹۰ لیتر در شبانه روزمی باشد.

**نوسانات جریان فاضلاب:**

دبی فاضلاب در شبکه های جمع آوری فاضلاب تحت تاثیر نوسانهایی است که شدت آن به مقدار جمعیت هر منطقه، شرایط آب و هوایی، و خصوصیات منطقه بستگی دارد.

دو ضریب حداقل و حداکثر جریان فاضلاب نمایشگر نسبت مقدار حداقل و حداکثر فاضلاب تولید شده به مقدار متوسط سرانه ی تولید فاضلاب است.

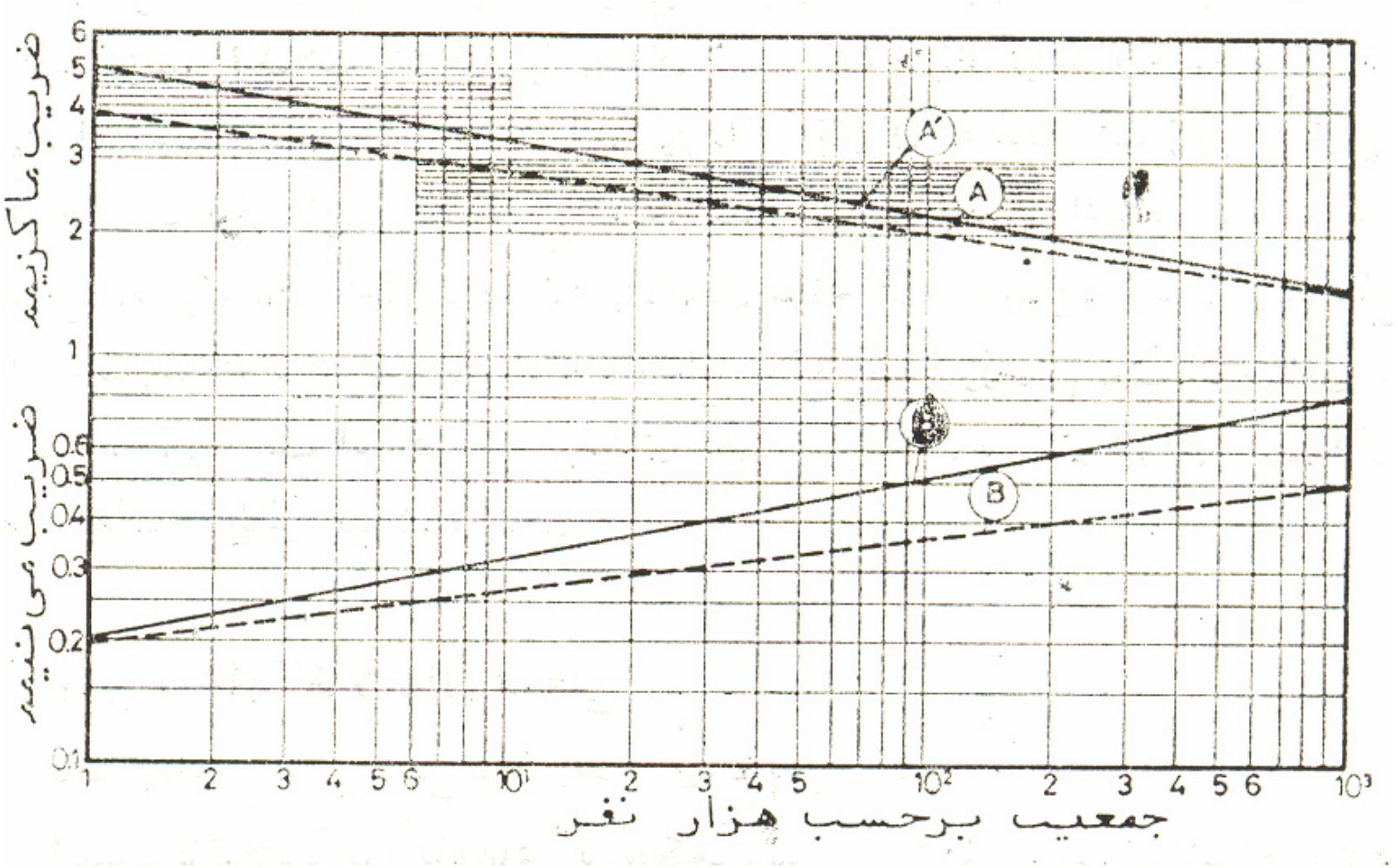
مقدار این ضرایب با اندازه گیریهای محلی یا آمار شهرهای اطراف به دست می آید.در صورت عدم وجود آمار میتوان از روابط زیر برای شهرهای تا یک میلیون نفر استفاده کرد.

$$K_{min} = \frac{5}{p^{0.162}}$$

$$P \leq 1000$$

$$K_{max} = \frac{p^{0.162}}{5}$$

در این رابطه P جمعیت بر حسب هزار نفر است.


ضریب ماکزیمم
ضریب مینیمم
A'
A
B
B
6
5
4
3
2
1
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
1
2
3
4
5
6
10¹
2
3
4
5
10²
2
3
4
5
6
10³
جمعیت برحسب هزار نفر

**نشتاب :**

مقدار نشتاب بستگی به سطح آب زیرزمینی ، جنس لوله ها، نوع اتصالات، مشخصات خاک اطراف لوله ها، عمق فاضلاب ، تراز آب زیرزمینی و کیفیت اجرا ی شبکه دارد. مقدار نشتاب با توجه به عوامل فوق می تواند از حد دبی زهکشی (حد اکثر محتمل) تا مقدار صفر(حد اقل محتمل) تغییر کند.

مقدار نشتاب با اندازه گیریهای محلی تعیین می شود و در صورت در دست نبودن آمار و اطلاعات بایستی مقدار نشتاب را با مقایسه عوامل ذکر شده محل مورد نظر با سایر محل هایی که آمار نشتاب آنها معلوم است بدست آورد. روشهای متفاوتی برای محاسبه نشتاب وجود دارد. روشهای تقریبی زیر را می توان برای لوله ای بتنی که ۳ متر زیر سطح آب زیرزمینی قرار گرفته باشد استفاده کرد.

۵./. تا ۵ متر مکعب در هر شبانه روز به ازای هر کیلو مترطول و یک سانتی متر قطر لوله

۵۰۰ تا ۵۰۰۰ متر مکعب در شبانه روز در هر کیلو متر مربع شهر

۱۲ تا ۲۴۰ متر مکعب در هرشبانه روز برای هر کیلو متر طول لوله

در روشی دیگر درصدی از ماکزیمم  دبی فاضلاب خانگی را بعنوان نشتاب در نظر می گیرند.

در ایران مقدار نشتاب بسته به ارتفاع آب زیرزمینی روی فاضلابرو برابر ۲۰ تا ۱۰۰ ٪ متوسط سرانه فاضلاب در نظر گرفته می شود.
طبق آئین نامه ایران در صورتیکه مقدار نشتاب بیش از ۵۰ ٪ متوسط سرانه در نظر گرفته شود بایستی در مبانی طراحی تجدید نظر شود.

**آبهای نفوذی**

میزان آبهای نفوذی با توجه به رژیم بارندگی منطقه ، وضعیت شبکه جمع آوری فاضلاب و آبهای سطحی و میزان کنترل و توانایی ارگانهای بهره بردار در اعمال مقررات وضع شده برای جلوگیری از اتصالات غیرمجاز فاضلابروها به شبکه های عمومی شهر تعیین گردد. مقدار آبهای نفوذی با بررسیهای محلی و آمارگیری برآورد میشود.

درایران مقدار آبهای نفوذی برابر ۱۰ تا ۲۰ درصد ماکزیمم فاضلاب خانگی منظور میشود.

**فاضلابهای سطحی**

فاضلابهای حاصل از ریزش باران و ذوب برف و یخ را فاضلابهای سطحی می نامند.در محاسبه فاضلاب های سطحی باید تراوش آبهای زیرزمینی و نشتاب حاصل از شبکه توزیع آبهای شهری به داخل شبکه جمع آوری فاضلابهای سطحی نیز مد نظر قرار گیرد.

دبی فاضلاب ناشی از بارندگی تابعی از شدت بارندگی، مدت بارندگی ، زمان تمرکز شبکه ، ضریب رواناب حوضه در طول مدت بارندگی، چگونگی تغییرات سرعت جریان آب در داخل لوله های شبکه با تغییرات دبی ، توزیع رواناب  ورودی به داخل دهانه های آبگیر در طول زمان تمرکز شبکه می باشد.

**ضریب رواناب حوضه(C):**

تابعی از نوع پوشش و شیب حوضه است که درآن مقدار آب جذب شده، تبخیر شده و آب جمع شده در گودالها نیزمد نظر قرار می گیرد.

در صورت عدم وجود آمار اندازه گیری شده، ضریب رواناب سطوح مختلف از جداول زیر تعیین می شود.

مقدار متوسط ضریب جریان سطحی را میتوان از رابطه زیر به دست آورد:

$$C = \frac{\sum C_i A_i}{\sum A_i}$$

| | **پوشش** | **C** |
|---|---|---|
| **1** | **اسفالت** | **0.85-0.95** |
| **2** | **بتون** | **0.85-0.95** |
| **3** | **سنگفرش** | **0.75-0.85** |
| **4** | **شن** | **0.15-0.30** |
| **5** | **سقفهای آب بندی شده** | **0.70-0.95** |
| **6** | **چمن مسطح** | **0.05-0.17** |
| **7** | **چمن با شیب متوسط** | **0.10-0.22** |
| **8** | **چمن با شیب تند** | **0.15-0.35** |

(استاندارد ایران)

| ردیف | پوشش | C |
|---|---|---|
| 1 | فضای سبز با قابلیت نفوذ زیاد | |
| | شیب کمتر از 2 % | 0.05-0.1 |
| | شیب بیشتر از 2 % | 0.1-0.2 |
| 2 | فضای سبز با قابلیت نفوذ کم | |
| | شیب کمتر از 2 % | 0.1-0.2 |
| | شیب بیشتر از 2 % | 0.2-0.25 |
| 3 | پشت بامها | 0.75-0.95 |
| 4 | سطوح آسفالت- بتنی و موزائیک | 0.7-0.95 |
| 5 | زمین بدون پوشش | 0.15-0.6 |

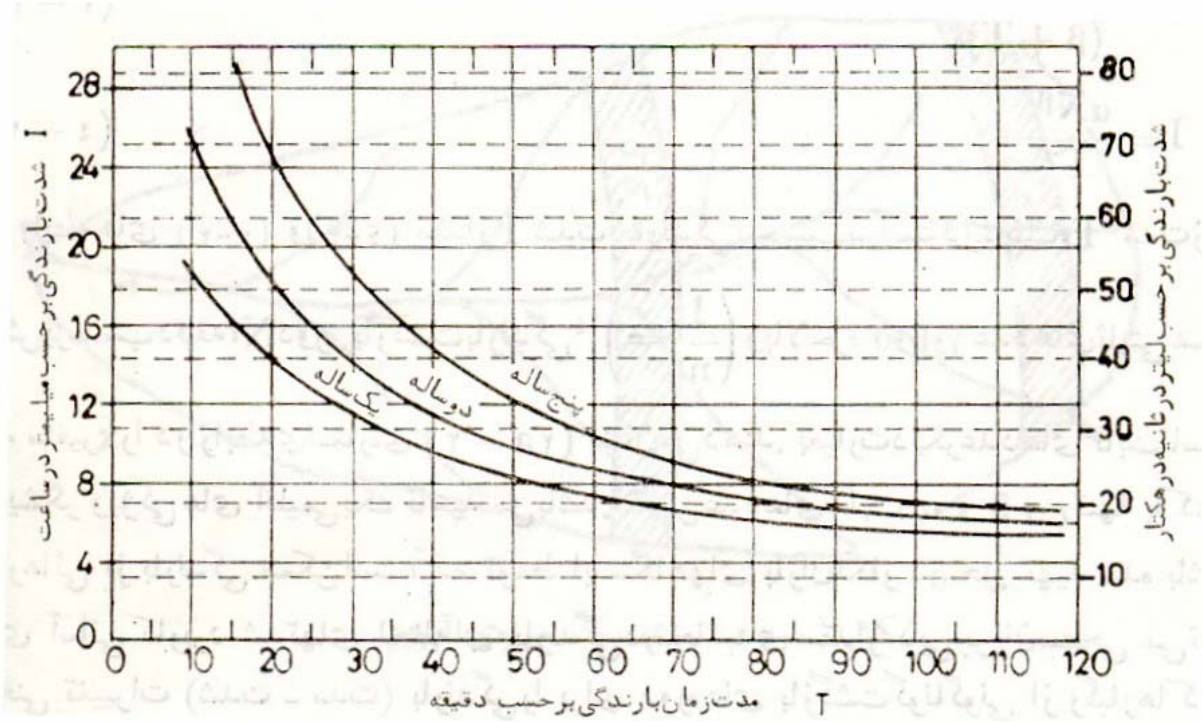
**زمان تمرکز(Tc):** مدت زمان لازم برای رسیدن یک قطره باران از دورترین نقطه ی حوضه (A) به نقطه ی مورد نظر (B) به نام زمان تمرکز شناخته میشود.

این زمان حاصل جمع دو زمان ریزش و زمان جریان میباشد.

زمان ریزش مدت زمان لازم برای رسیدن باران از نقطه A به اولین دهانه ورودی شبکه A` و زمان جریان ، مدت زمان لازم برای جریان از نقطه A` تا نقطه B در شبکه است.

**شدت بارندگی:**

شدت بارندگی با میزان ارتفاع بارندگی در واحد زمان تعریف میشود. در حالت کلی شدت بارندگی، تابعی از مدت و دوره بازگشت (دوره تناوب) بارندگی است. هرچه دوره تناوب بارندگی بیشتر باشد شدت بارندگی بیشتر و هرچه مدت بارندگی بیشتر باشد شدت بارندگی کمتر است. رابطه شدت بارندگی با مدت و تناوب بارندگی از طریق منحنیهای شدت - مدت - تناوب بارندگی برای هر منطقه بیان میشود.




در صورت نبود آمار می توان از روابط زیر برای محاسبه شدت بارندگی استفاده کرد

$i=105/(t+15)$

$i=360/(t+30)$

روشهای متفاوتی برای محاسبه دبی فاضلاب سطحی ناشی از بارندگی وجود دارد که ساده ترین آنها روش منطقی است.

**روش منطقی :**

ابن روش بر اساس فرض یکسانی یا بیشتر بودن مدت بارندگی از زمان تمرکز شبکه ، ثابت بودن شدت بارندگی و ضریب رواناب در طول مدت بارندگی ، ثابت بودن سرعت جریان در داخل شبکه و توزیع یکنواخت رواناب ورودی به داخل شبکه استوار شده است.

در این روش مقدار دبی فاضلاب از رابطه زیر بدست می آید

$$Q = 2.78\ bCiA$$

که در آن Q دبی فاضلاب(lit/sec)، A سطح حوضه آبگیر بر حسب هکتار، i شدت بارندگی (mm/h)، c ضریب رواناب و b ضریب حوضه آبگیر است.

b ضریبی است که یکسان نبودن شدت بارندگیi، را در حوضه های آبریز بزرگ به دلیل حرکت ابرها منظور می کند . این ضریب تابعی از وسعت حوضه آبریز می باشد.

| ردیف | A( هکتار) | b |
|---|---|---|
| 1 | A<80 | 1 |
| 2 | 80<A<100 | 0.87 - 1 |
| 3 | 100<A<400 | 0.8 - 0.87 |
| 4 | 400<A<800 | 0.76 - 0.80 |
| 5 | A>800 | 0.76 |

| براي مساحت حوضه 50 - 5 کیلومتر مربع | |
|---|---|
| **b** | |
| بارندگي 2 ساعته | بارندگي 0.5 ساعته |
| **0.9 - 0.95** | **0.8 - 0.9** |

(استاندارد ایران)

هر قدر دوره بازگشت بارندگی بیشتر باشد، میزان حفاظت منطقه در مقابل سیلاب باران بیشتر خواهد بود و متقابلا هزینه سرمایه گذاری افزایش خواهد یافت . انتخاب دوره بازگشت بر اساس بررسی های اقتصادی مربوط به سرمایه گذاری اولیه و هزینه تعمیر و نگهداری در مقابل منافع حاصل از کاهش خسارت صورت می گیرد .

دوره های بازگشت زیر برای شهر های ایران پیشنهاد می شود :
۲ سال : برای مناطق با شیب کافی
۵ سال : برای مناطق با شیب کم و ساختمان های آسیب پذیر
تا ۵۰ سال: برای آن قسمت از تاسیسات که باید سیلاب حوضه های بزرگ خارج شهر را تخلیه کند .

استفاده از روش منطقی به برآورد اضافی مقداردبی فاضلاب منجر می شود . بر طبق استاندارد ایران استفاده از روش منطقی باید به حوضه های کمتر از ۱۲ کیلومتر محدود شود .

# طراحی شبکه های فاضلاب

شبکه های فاضلاب، وظیفه جمع آوری فاضلاب های حاصل از منازل، مراکز عمومی، صنایع و همچنین جمع آوری فاضلاب های سطحی را از نقاط مختلف شهر و هدایت آنها به سمت مراکز تصفیه و پس از آن مخازن، رودخانه ها و دریاچه ها بر عهده دارند . طراحی شبکه های فاضلاب مستلزم تعیین شکل و ابعاد فاضلابروها ، طراحی ابنیه ویژه فاضلابرو ها ، طراحی مشخصات ایستگاه های پمپاژ ، تعیین نحوه بستر سازی و جاگذاری فاضلابرو ها می باشد .

**مبانی و ضوابط طراحی شبکه های فاضلاب :**

در طراحی شبکه های فاضلاب خانگی (بهداشتی) معیارها و ضوابط زیر حاکم است.

**سرعت حداقل (سرعت شستشو):**

این سرعت برای جلوگیری از ته نشینی مواد جامد و مسدود شدن لوله های شبکه مد نظر قرار می گیرد. طبق آئین نامه ایران مقدار سرعت شستشو برابر ۰/۷۵ متر بر ثانیه می باشد. سرعت شستشو در مناطق گرمسیر0.9 متر بر ثانیه توصیه می شود.

۱- در فاضلابروهای اصلی که عمق فاضلاب معمولاً بیشتر از نصف قطر لوله است ، سرعت جریان هیچگاه نباید کمتر از سرعت شستشو باشد.

۲- در فاضلابروهای فرعی مقدار سرعت جریان در حالت دبی حداکثر ساعتی در شروع بهره برداری با در نظر گرفتن حداکثر ۵۰٪ نشست نبایستی کمتر از سرعت شستشو گردد تا حداقل یکبار در روز امکان شستشوی مواد ته نشین شن فراهم گردد.

**سرعت حداکثر:**

سرعت حداکثر برای جلوگیری از فرسایش لوله ای فاضلابرو مد نظر قرار می گیرد.
از آنجا که فرسایش لوله ها علاوه بر سرعت جریان و جنس مواد معلق به جنس لوله نیز بستگی دارد، لذا سرعت حداکثر مجاز تابعی از جنس لوله می باشد.

| جنس لوله | سرعت حداکثر (متر بر ثانیه) |
|---|---|
| لعابدار سفالی | 10 |
| لوله اي بتني | 6-12 |
| آزبست سيمان | 6 |
| PVC و پلي اتيلن | 5 |

در صورتیکه بواسطه شیب زیاد، سرعتها از حداکثر مجاز تجاوز بکند باید از آدم روهای ریزشی استفاده کرد.

**شیب حداقل:**

شیب حداقل برای تامین سرعت حداقل (سرعت شستشو) مد نظر قرار می گیرد.

در صورتی که به علت کمی شیب زمینی، امکان تامین سرعت شستشو فراهم نشود بایستی از حوضچه های شستشو استفاده کرد.

حداقل شیب فاضلابرو در هر حالت نباید کمتر از ۰/۰۰۰۵ شود.

از آنجا که سرعت جریان در لوله ها علاوه بر شیب تابعی از قطر لوله ها نیز می باشد لذا حداقل شیب لازم برای تامین سرعت شستشو تابعی از قطر لوله است.

| قطر (mm) | حداقل | مناسب |
|---|---|---|
| انشعاب خانه ها | 1:100 | 1:50 |
| 200 تا 300 | 1/200-1/300 | 1/50-1/200 |
| 600-300 | 1/300-1/600 | 1/100-1/300 |
| 600-1000 | 1/600-1/1000 | 1/200-1/400 |
| 1000-2000 | 1/1000-1/3000 | 1/300-1/1000 |

**ابعاد فاضلابروها:**

در تعیین ابعاد فاضلابروها باید ضوابط زیر رعایت شود.
حداقل قطر لوله ای فاضلاب بهداشتی ۲۰۰ میلیمتر و برای آبهای سطحی و در هم ۲۵۰ میلیمتر در نظر گرفته میشود. ابعاد فاضلابرو باید به اندازه ای باشد که جریان به ازای حداکثر دبی فاضلاب بصورت آزاد برقرار شود. این محدودیت شامل فاضلابروهای آب باران و درهم نمی باشد.

**عمق کار گذاری:**

در شرایط عادی عمق فاضلابرو باید بگونه ای باشد تا قادر به تخلیه فاضلاب طبقات همکف باشد. در شرایطی که تعداد ساختمانهای دارای زیر زمین قابل ملاحظه باشد، با بررسی اقتصادی می توان عمق را جهت تخلیه فاضلاب یک طبقه زیر زمین افزایش داد.
حداقل عمق کار گذاری برای فاضلابروهای آب باران برای جلوگیری از یخ زدگی فاضلاب و نیز جلوگیری از آسیب دیدگی فاضلابروها است و مقدار آن برابر ماکزیمم عمق یخ زدگی یعنی۱.۵ متر در نظر گرفته میشود.

**محدودیت عمق جریان:**
محدودیت حداقل عمق برای جلوگیری از ته نشینی مواد معلق بواسطه گیر کردن مواد معلق به کف کانال مد نظر قرار می گیرد. حداقل عمق نباید کمتر از ۱/. قطر لوله و برای لوله های با قطر کم نباید کمتر از ۳ سانتیمتر باشد.

**روشهای جمع آوری فاضلاب**

شبکه های فاضلاب معمولاً به ۳ دسته تقسیم می شوند.

شبکه های فاضلاب بهداشتی Sanitary sewers

شبکه های فاضلاب آب باران Storm sewers

شبکه های فاضلاب در هم (مختلط)Combined sewers

در شبکه های فاضلاب درهم برای جلوگیری از افزایش بی رویه حجم تصفیه خانه ها با تاسیسات ویژه ای موسوم به سر ریز آب باران درصد بالایی از آب باران در مواقع بارندگی از شبکه جدا شده و مستقیماً به رودخانه فرستاده می شود و تنها درصد کمی از آن به همراه فاضلاب خانگی به تصفیه خانه هدایت میشود.

**مقایسه روشهای جمع آوری فاضلاب:**

در روش مجزا دو شبکه متفاوت با تجهیزات و تاسیسات مخصوص به خود احداث می شود و لذا هزینه احداث شبکه بسیار زیادتر خواهد بود ولی در عوض تاسیسات تصفیه خانه نسبت به روش درهم کوچکتر خواهد بود.

در روش مجزا شبکه فاضلاب خانگی در زیر و شبکه فاضلابهای سطحی در بالا قرار می گیرند و لذا در مواقع بارندگی شدید امکان ورود آب باران از شبکه فاضلاب خانگی به داخل زیرزمینها وجود ندارد . در عین حال در این روش امکان نفوذ آب باران به شبکه فاضلاب خانگی وجود دارد.

در روش درهم به دلیل تفاوت بالای دبی ماکزیمم در حالت بارندگی و دبی مینیمم در حالت بدون بارندگی امکان ته نشین شدن مواد معلق زیادتر است که خود تاثیر مهمی در نگهداری و مدیریت شبکه دارد.

در روش درهم بخشی از فاضلاب آب باران پس از مخلوط شدن با فاضلاب خانگی مستقیماً وارد محیط زیست می شود که باعث آلودگی محیط زیست خواهد شد.

**انتخاب روش های جمع آوری در ایران**

در حالات زیر انتخاب شبکه مجزا توصیه می شود.

در شهر های ساحلی که امکان ورود مستقیم و با هزینه کم آب باران در قسمتهای مختلف شهر به رودخانه و دریا وجود دارد تا به این ترتیب هزینه احداث شبکه مجزا کمتر شود.

در شهرهایی که در حاشیه رودخانه های خشک یا مسیل ها قرار گرفته اند و می توان از آنها به عنوان کانال اصلی جمع آوری آب باران استفاده کرد.

در شهر های جنوبی به واسطه شدت بالای رگبارها و دوره تناوب زیاد آنها و جریان بادهای سطحی که گاهی همراه با حرکت ماسه بادی است روش مجزا مناسب تر است.

در شهرهای با شیب زیاد که امکان استفاده از شبکه های روباز برای هدایت فاضلاب سطحی به بیرون از شهر وجود دارد.

تنها در شهر های شمال ایران بویژه استانهای گیلان و مازندران که روزهای بارندگی زیاد در سال دارند استفاده از روش درهم پس از مطالعات کافی موجه به نظر می رسد.

## طراحی شبکه های فاضلاب

پس از تعیین مقدار فاضلاب در شرایط مختلف بهره برداری از شبکه و انتخاب نوع فاضلابروها می توان اقدام به طراحی شبکه کرد.

گامهای اساسی طراحی شبکه های فاضلاب را می توان به صورت زیر بیان کرد.

۱-تهیه نقشه توپوگرافی از شهر: برای طراحی شبکه های فاضلاب دو نوع نقشه توپوگرافی لازم است.

الف - نقشه توپوگرافی به مقیاس ۱/۵۰۰۰تا ۱/۱۰۰۰۰ از شهر و حومه آن برای آگاهی از وضعیت کلی عوارض طبیعی اطراف شهر و بررسی امکان ورود سیلابهای ناشی از بارندگی به درون شهر. در مواردی که شهر در مسیر سیلاب ارتفاعات اطراف قرار می گیرد مطالعه بر روی نقشه های با مقیاس دارای خطوط هم تراز نیز لازم است.این نقشه ها را میتوان از سازمان نقشه برداری یا سازمان جغرافیایی ارتش تهیه کرد.

ب – نقشه توپوگرافی به مقیاس ۱/۱۰۰۰تا۱/۲۵۰۰ برای طراحی جانمایی و اجزای شبکه. این نقشه ها باید شامل تراز دقیق خیابانها کوچه ها و گذرهای موجود شهر بوده و موقعیت تاسیساتی همچون شبکه های آب ، گاز ، برق ، تلفن و غیره بر روی آن منعکس شده باشد. سازمان نقشه برداری کل کشور با کمک عکسهای هوایی چنین نقشه هایی را از همه شهر های ایران تهیه کرده است.

- طراحی جانمایی شبکه شامل انتخاب مسیر فاضلابروها بر روی نقشه شهر و تعیین جهت حرکت فاضلاب در لوله ها با توجه به شیب طبیعی زمین.
۳- تعیین محل آدم رو ها و شماره گذاری آنها و شماره گذاری قطعات لوله ها که در فاصله بین آدم روها قرار می گیرند.
۴- تعیین حوزه آبریز هر یک از لوله ها با توجه به نقشه جامع خدمات شهری و تعیین تراکم جمعیت در هر یک از حوزه ها یا بخشهای مختلف آن. د ر تعیین محدوده آبریز سعی می شود تا به فاضلابروهای با شیب بیشتر محدوده بیشتری اختصاص داده شود.
۵- تهیه پروفیلهای طولی برای مسیرهای لوله گذاری با استفاده از نقشه های توپوگرافی. مقیاس طولی این پروفیلها مشابه مقیاس نقشه مورد استفاده و مقیاس ارتفاعی آن برابر ۱/۱۰۰ توصیه می شود.
۶- تهیه جدول محاسبات برای طراحی قطر فاضلابروها.

**هیدرولیک فاضلابروها:**

معادلات حاکم بر هیدرولیک فاضلابروها معادلات پیوستگی و افت انرژی در لوله است.

**معادله پیوستگی** : این رابطه با معادله زیر بیان می شود:

$$\sum Q_l + q_K = 0 \qquad\qquad k = 1,2,\ldots, K$$

که در آن k شماره گره و l تمامی لوله های متصل به گره kمی باشد.

**معادله انرژی (جریان):** معادله جریان رابطه بین افت انرژی و دبی (سرعت) جریان را در فاضلابروها به دست می دهد.از آنجا که شیب خط انرژی در جریانهای ثقلی با سطح آزاد معادل شیب کف است لذا معادله جریان بیان کننده رابطه بین دبی(سرعت) با شیب و سایر مشخصات فاضلابرو می باشد. روابط مختلفی همچون رابطه دارسی – ویسباخ ، رابطه کاتر- شزی ؛ رابطه هیزن ویلیامز و رابطه مانینگ برای این منظور به کار میروند که رابطه مانینگ از سایرین متداولتر است.

رابطه مانینگ به صورت زیر بیان می شود:

$$Q = \frac{A}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

که در آن Q دبی جریان ، A سطح مقطع جریان ، R شعاع هیدرولیکی و n ضریب زبری مانینگ می باشد که مقدار آن از طریق آزمایشات تجربی به دست می آید. مقدار n برای لوله های فاضلاب بسته به جنس آن از ۰/۰۱۰ تا ۰/۰۱۴تغییر میکند.

شعاع هیدرولیکی با نسبت سطح مقطع جریانA به محیط ترP به دست می آید

$$R = \frac{A}{P}$$

جریان در شبکه های فاضلاب بخصوص شبکه های بهداشتی همواره جریان با سطح آزاد می باشد.در شبکه های آب باران نیز جز در موارد بارندگیهای شدید که امکان تحت فشار شدن جریان در فاضلابروها بدلیل بالا آمدن آب در آدم رو ها وجود دارد ، در بقیه موقع جریان از نوع ثقلی با سطح آزاد است و لذا از قوانین این نوع جریانها در تحلیل رفتار شبکه ها استفاده می شود.
تحلیل جریان در شبکه های فاضلاب بهداشتی بر اساس فرضیاتی استوار است که مهمترین آنها به شرح زیر است.

الف – جریان فاضلاب دائمی است. $\frac{dV}{dt} = 0$

ب- جریان فاضلاب یکنواخت است. $\frac{dV}{dx} = 0$

ج- سطح مقطع لوله و جریان در لوله ثابت است. $\frac{dQ}{dx} = 0$

این فرضیات به این معنی است که شیب کف کانال برابر شیب خط انرژی و برابر شیب سطح آزاد فاضلاب در لوله می باشد. براین اساس در تحلیل جریان فاضلابروها به جای شیب خط انرژی از شیب کانال استفاده می شود.
ه- فاضلاب با نادیده گرفتن وجود گازها در آن سیال غیر قابل تراکم در نظر گرفته می شود.

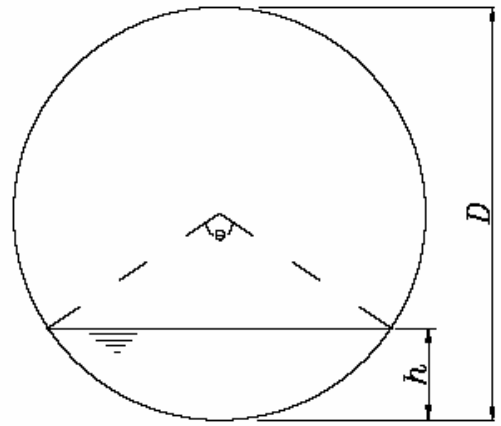
**جریان نیمه پر در کانالهای فاضلاب:**

جریان در کانالهای فاضلاب به صورت نیمه پر رخ می دهد و لذا مقدار دبی و سرعت جریان با عمق جریان تغییر می کند.از آنجا که کاهش سرعت ممکن است باعث ته نشینی مواد معلق جامد موجود در فاضلاب شود لذا تعیین سرعت جریان به ازای اعماق مختلف جریان امری ضروری است.رابطه دبی جریان با عمق جریان بواسطه رابطه شعاع هیدرولیکی با عمق نسبتاً پیچیده است که استفاده از آن مستلزم حل معادله ای غیر خطی است. برای مقطع دایره این رابطه به صورت زیر تعریف می شود.

$$Q = \frac{A}{n} R^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$$

$$R = \frac{(\theta - \sin\theta)}{4\theta} D$$

$$A = 0.125(\theta - \sin\theta) D^2$$

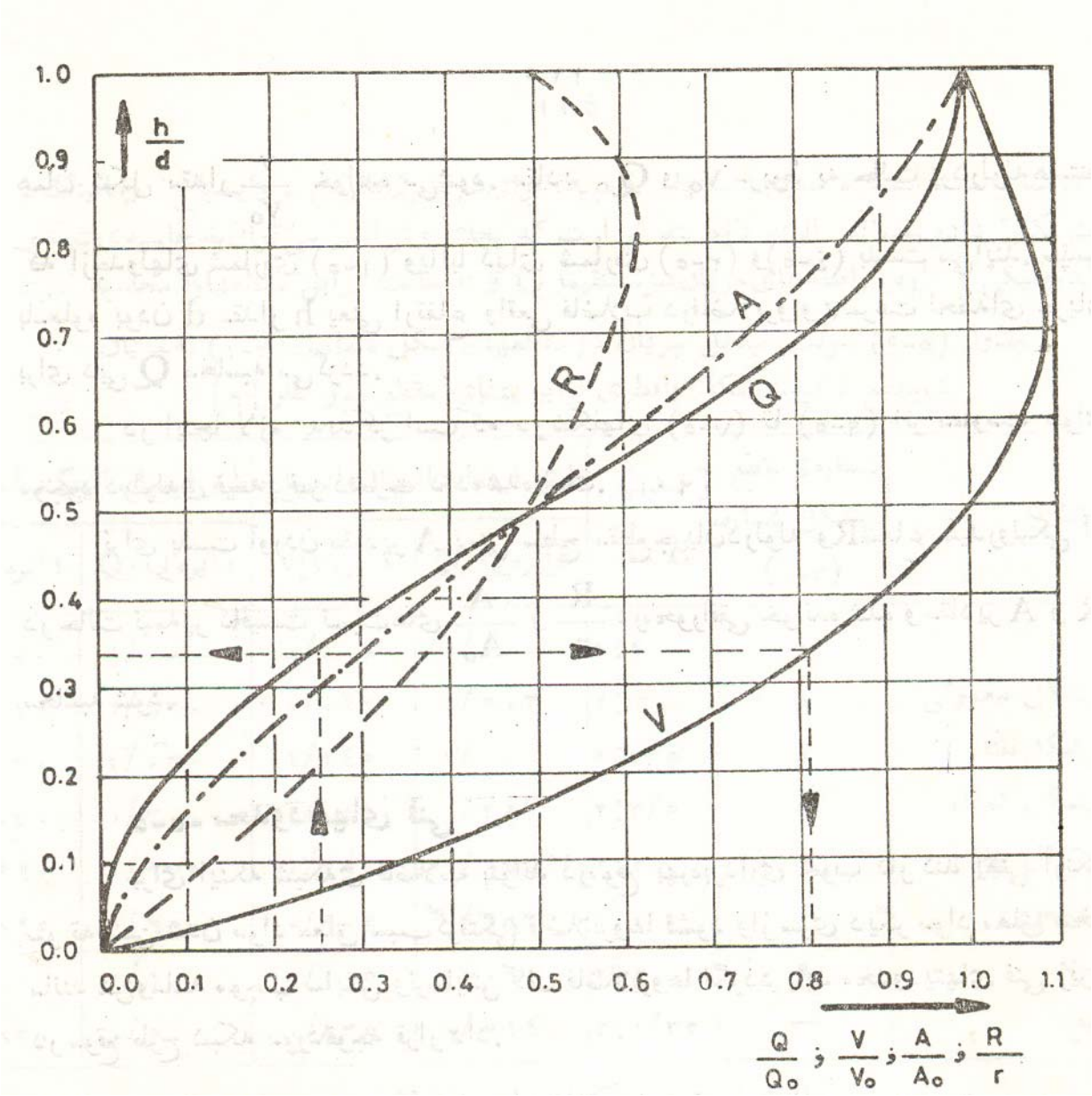


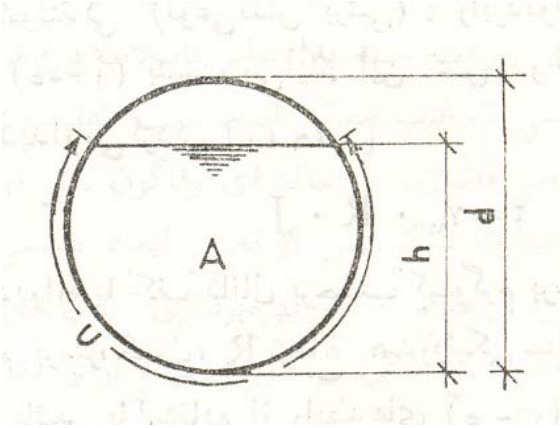

که در آن $\theta$ زاویه سطح مرکزی آب به رادیان است.

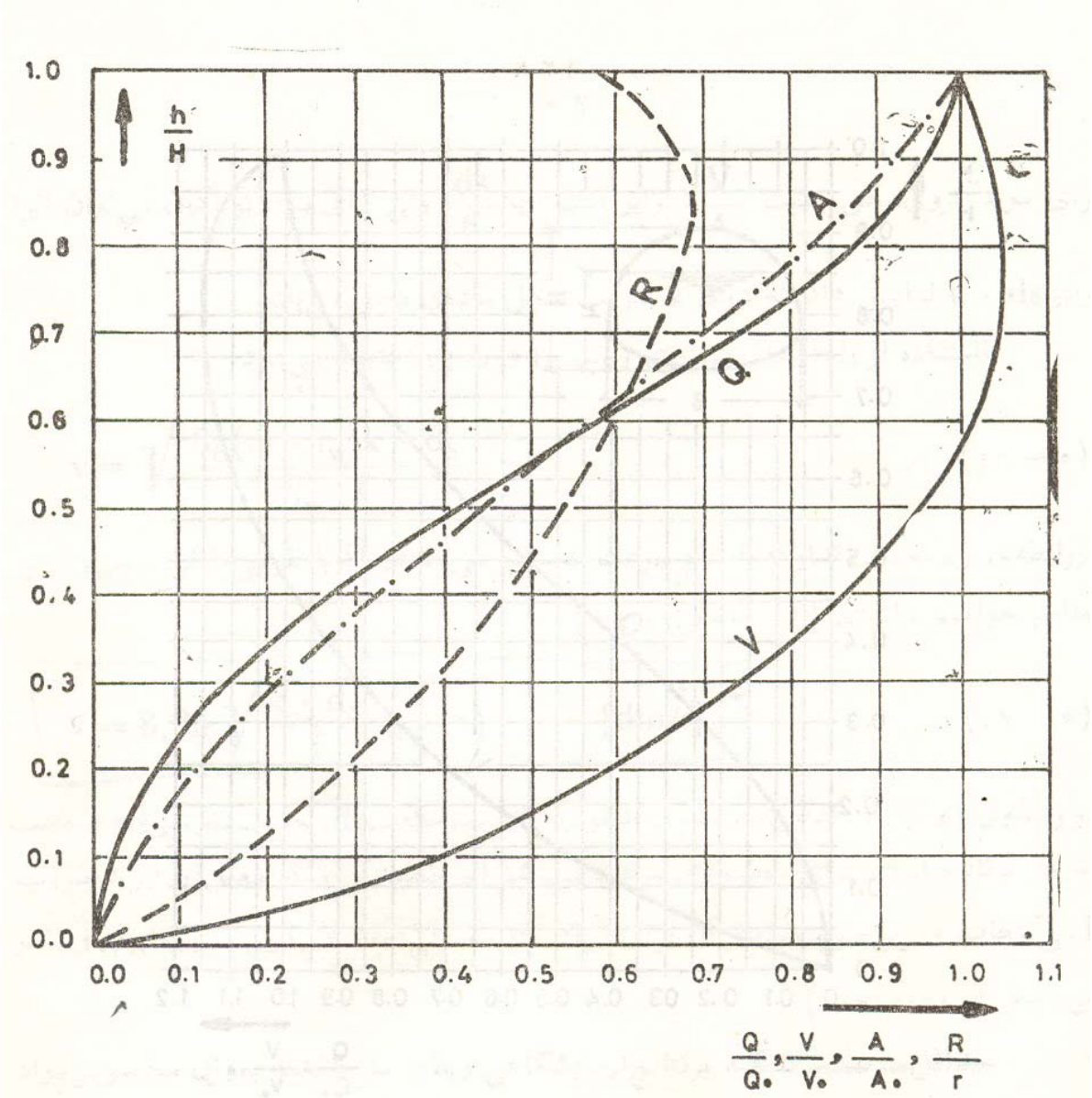
محاسبه عمق جریان به ازای مقدار معلوم D و Q مستلزم حل معادلات فوق برای به دست آوردن $\theta$ است . با در دست داشتن $\theta$ می توان عمق جریان را به صورت زیر به دست آورد .

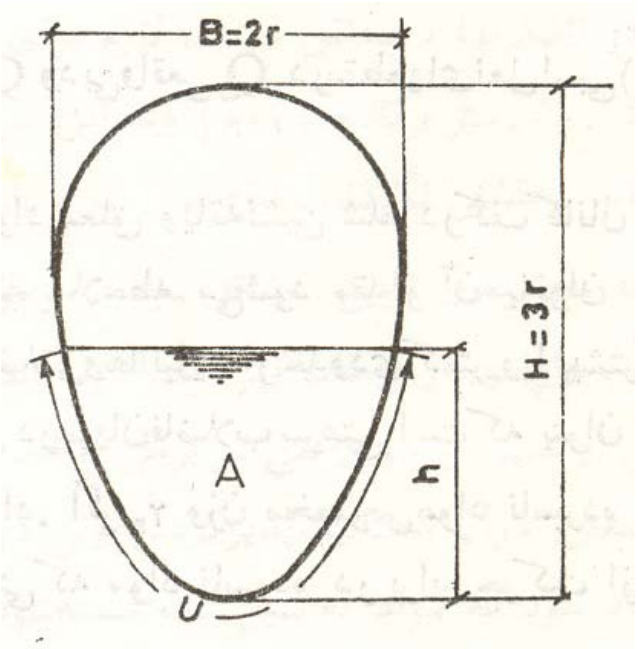
$$y = 0.5D(1 - cos\frac{\theta}{2})$$

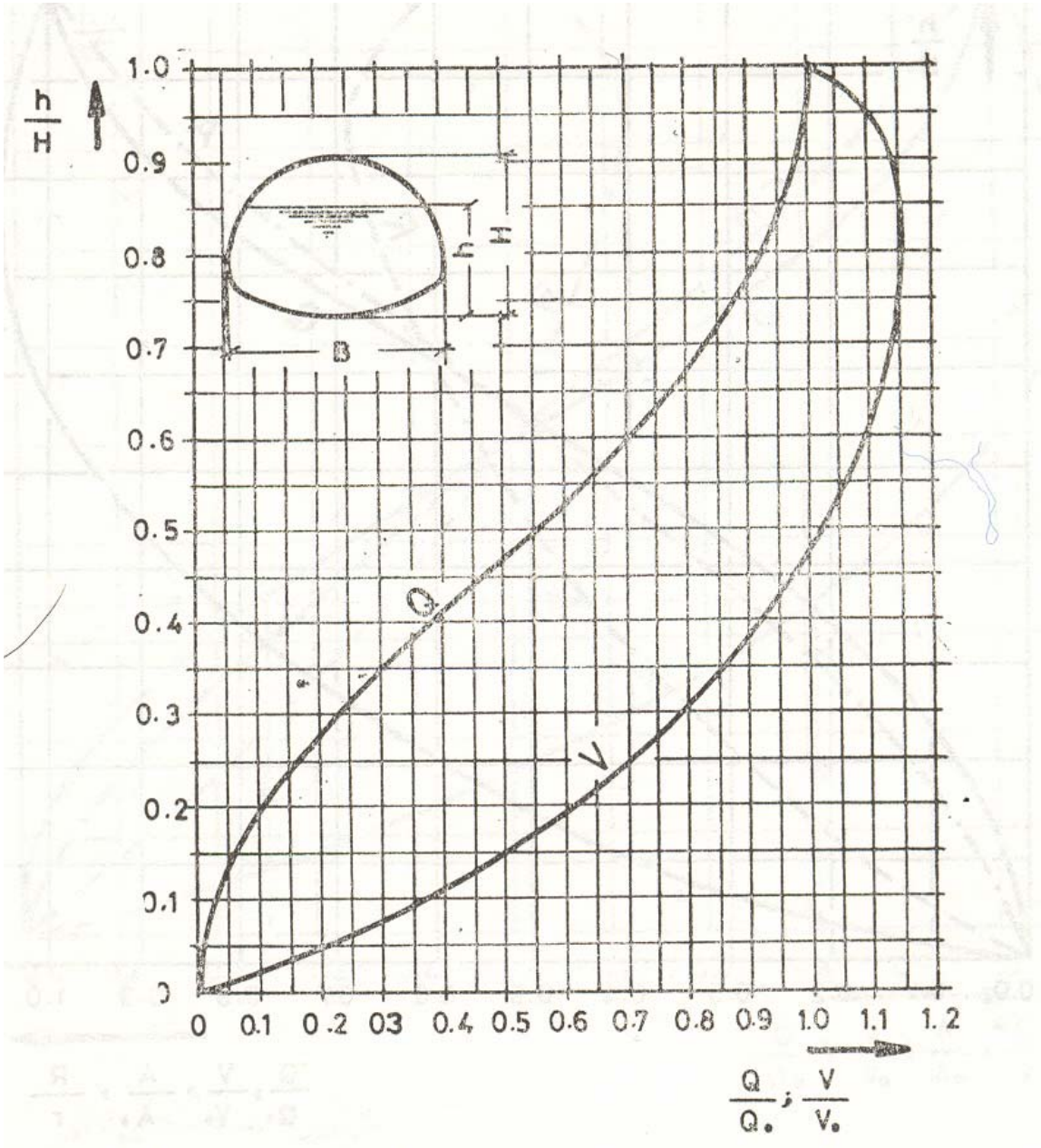
از آنجا که استفاده از رابطه فوق حتی برای کانالهای دایره ای شکل نیز مشکل است لذا منحنی هایی تهیه شده است که نسبت دبی، عمق و سرعت ، سطح مقطع و شعاع هیدرولیکی جریان نیمه پر را به حالت پر به دست می دهند.


h/d
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
R
A
Q
V
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1
Q/Q₀ ; V/V₀ ; A/A₀ ; R/r


A
h
d
U


1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
h/H
R
A
Q
V
0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1
Q/Q₀, V/V₀, A/A₀, R/r


B=2r
H=3r
A
h
U


h/H
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
h
H
B
Q
V
0 0.1 0.2 03 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2
Q/Q. ; V/V.

**تعیین دبی فاضلابرو**

پس از تعیین مساحت حوزه آبریز هر یک از قطعات فاضلابرو دبی جریان در فاضلابرو به صورت زیر محاسبه می شود:

۱-فاضلابروهای بهداشتی:

مقدار دبی ماکزیمم فاضلاب هر فاضلابرو به صورت زیر به دست می آید:

$$Q_{ij}^{max} = K_{max} \times (Q_{ave} + Q_{seep}) \times P_{ij}^{des}$$

- فاضلابروهای آب باران

مهمترین روشهای تعیین دبی ناشی از بارندگی و ذوب برف عبارتند از:

روش منطقی

روش هیدروگراف

روش شبیه سازی کامپیوتری

**۱- روش منطقی:**

استفاده از روش منطقی مستلزم در دست بودن اطلاعات زیر است:

الف- منحنی شدت – مدت – تناوب بارندگی که مبنای محاسبه شدت بارندگی خواهد بود.

ب- تعیین وضعیت پوشش شهر در شرایط توسعه یافته آینده در انتهای دوره طرح.

ج- تعیین ضریب جریان سطحی

د- تعیین سطح تحت پوشش هر قطعه از فاضلابرو که در فاصله بین دو دهانه ورودی قرار گرفته است.

ه- تعیین زمان ریزش بمنزله مدت زمان لازم برای رسیدن آب از دورترین نقطه سطح تحت پوشش به اولین دهانه ورودی

و- تعیین زمان لازم برای آب باران تا از دورترین دهانه ورودی به هر یک از قطعات فاضلابرو در پایین دست برسد.

ز- محاسبه زمان تمرکز بمنزله حاصل جمع دو زمان قبل

ح- محاسبه شدت بارش با استفاده از منحنی شدت – مدت – تناوب به ازای زمان تمرکز محاسبه شده و انتخاب دوره تناوب.

ط- محاسبه دبی جریان با استفاده از رابطه $Q = b.c.i.A$ برای هر قطعه فاضلابرو

مثال:

شبکه مجزا

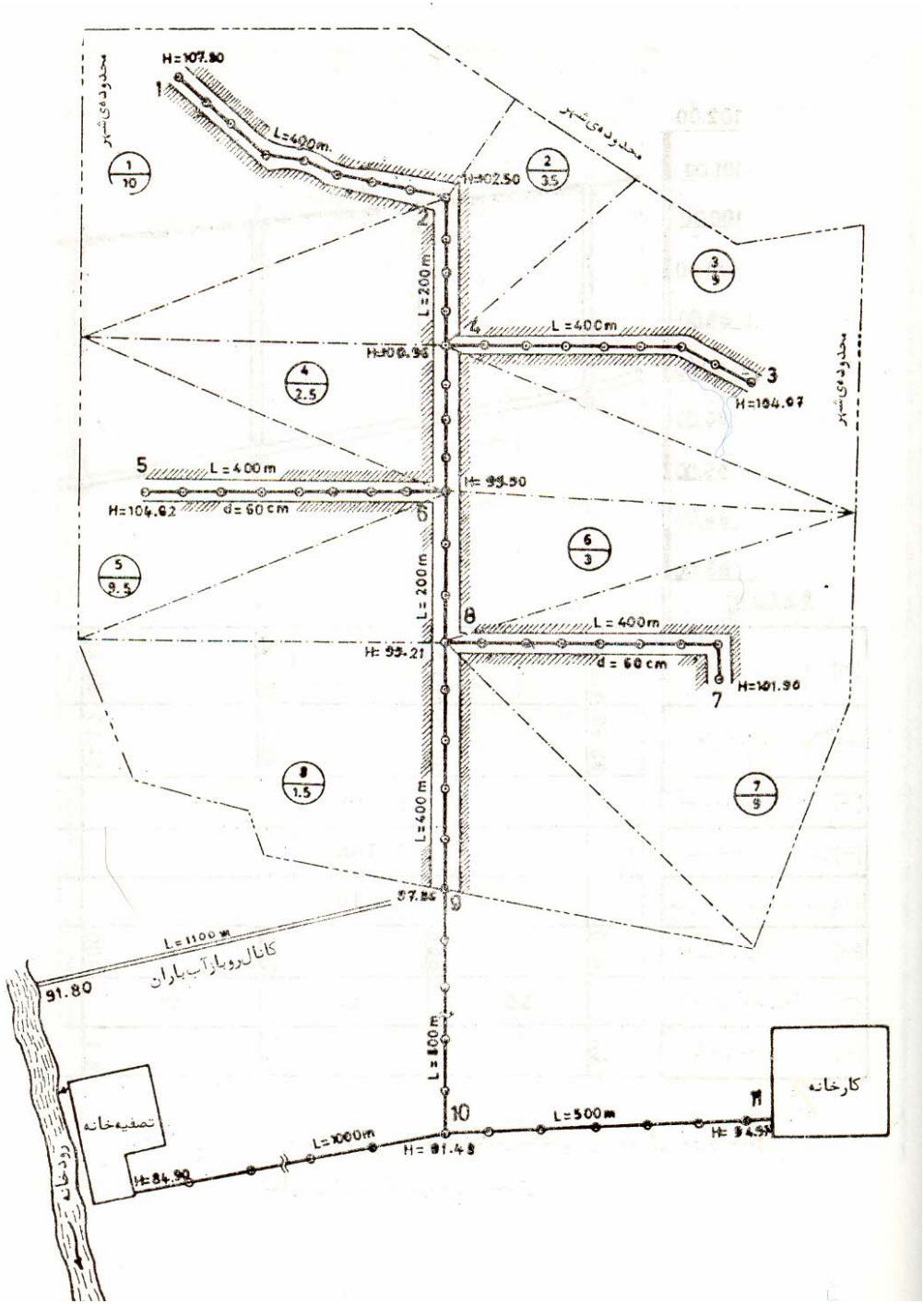
جمعیت طرح 8440

مصرف سرانه آب 160 لیتر در شبانه روز

نسبت تبدیل آب به فاضلاب 0.80

نشت و نفوذ 0.25

ضریب بهره برداری در ابتدای دوره 0.5



# شبکه بهداشتی:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شماره | آدم روها | طول | مساحت | | تراکم | جمعیت | | فاضلاب خانگی | | | | |
| | | | مجاور | کل | | مجاور | کل | $K_{min}$ | $K_{max}$ | $Q_{min}$ | ف-ک | $Q_{max}$ |
| - | - | m | ha | ha | p/ha | p | p | - | - | l/s | l/s | l/s |
| 1 | 1-2 | 400 | 10 | 10 | 130 | 1300 | 1300 | 0.2 | 3.8 | 0.48 | - | 9.15 |
| 2 | 2-4 | 200 | 3.5 | 13.5 | 140 | 490 | 1790 | 0.2 | 3.6 | 0.66 | - | 11.93 |
| 3 | 3-4 | 400 | 9 | 9 | 130 | 1170 | 1170 | 0.2 | 3.8 | 0.43 | - | 8.23 |
| 4 | 4-6 | 200 | 2.5 | 25 | 160 | 400 | 3360 | 0.22 | 3.25 | 1.36 | - | 20.22 |
| 5 | 5-6 | 400 | 9.5 | 9.5 | 140 | 1330 | 1330 | 0.2 | 3.8 | 0.49 | - | 9.36 |
| 6 | 6-8 | 200 | 3 | 37.5 | 160 | 480 | 5170 | 0.25 | 3.0 | 2.39 | - | 28.72 |
| 7 | 7-8 | 400 | 9 | 9 | 130 | 1170 | 1170 | 0.2 | 3.8 | 0.43 | - | 8.23 |
| 8 | 8-9 | 400 | 15 | 61.5 | 140 | 2100 | 8440 | 0.26 | 2.9 | 4.06 | - | 45.32 |
| 9 | 9-10 | 800 | - | 61.5 | - | - | 8440 | 0.26 | 2.9 | 4.06 | - | 45.32 |
| 10 | 11-10 | 500 | - | - | - | - | - | - | - | - | 60 | 60 |
| 11 | 10-WTP | 1000 | - | 61.5 | - | - | 8440 | 0.26 | 2.9 | 4.06 | 60 | 105.32 |

$$Q_{max} = K_{max} \times (Q_{ave} + Q_{sep}) \times P_{des}$$

در انتهای دوره بهره برداری

$$Q_{min} = K_{min} \times (Q_{ave} + Q_{sep}) \times P_{des}$$

در انتهای دوره بهره برداری

| 1 | 3 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شماره | طول | $Q_{max}$ | تراز خیابان | | $S_0$ | قطر | تراز کف کانال | | جریان پر | |
| | | | ابتدا | انتها | | | ابتدا | انتها | $Q_0$ | $V_0$ |
| - | m | l/s | m | m | -- | mm | m | m | l/s | m/s |
| 1 | 400 | 9.15 | 107.80 | 102.5 | 1:50 | 150 | 106.0 | 98.0 | 21.9 | 1.24 |
| 2 | 200 | 11.93 | 102.5 | 100.96 | 1:150 | 200 | 98 | 96.67 | 27 | 0.86 |
| 3 | 400 | 8.23 | 104.07 | 100.96 | 1:70 | 150 | 102.37 | 96.67 | 18.5 | 1.05 |
| 4 | 200 | 20.22 | 100.96 | 99.90 | 1:110 | 200 | 96.67 | 94.87 | 32 | 1.01 |
| 5 | 400 | 9.36 | 104.62 | 101.9 | 1:50 | 150 | 102.87 | 94.87 | 21.9 | 1.24 |
| 6 | 200 | 28.72 | 99.90 | 99.21 | 1:120 | 200 | 94.87 | 93.21 | 30 | 0.97 |
| 7 | 400 | 8.23 | 101.95 | 99.21 | 1:70 | 150 | 99.01 | 93.21 | 18.5 | 1.05 |
| 8 | 400 | 45.32 | 99.21 | 97.86 | 1:170 | 250 | 93.21 | 90.86 | 46 | 0.94 |
| 9 | 800 | 45.32 | 97.86 | 91.48 | 1:200 | 300 | 90.86 | 86.86 | 69 | 0.98 |
| 10 | 500 | 60 | 94.97 | 91.48 | 1:200 | 300 | 89.36 | 86.86 | 69 | 0.98 |
| 11 | 1000 | 105.32 | 91.48 | 86.9 | 1:240 | 400 | 86.86 | 82.7 | 135 | 1.08 |

| 1 | 11 | 20 | 21 | 22 | 23 | 34 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شماره | $Q_{min}$ | $Q_0$ | $Q_w$ | جریان نیمه پر | | | | | | |
| | | | | $Q_{min}/ Q_0$ | $V_{min}$ | $h_{min}$ | $Q_w/ Q_0$ | $V_w$ | $h_w$ | شستشو |
| - | l/s | l/s | l/s | - | m/s | cm | - | m/s | cm | - |
| 1 | 0.48 | 21.9 | 3.66 | 0.022 | 0.52 | 1.5 | 0.48 | 0.93 | 4.1 | - |
| 2 | 0.66 | 27 | 4.77 | 0.024 | 0.37 | 2.1 | 0.66 | 0.66 | 5.7 | لازم |
| 3 | 0.43 | 18.5 | 3.29 | 0.023 | 0.45 | 1.5 | 0.43 | 0.81 | 4.2 | - |
| 4 | 1.36 | 32 | 8.09 | 0.043 | 0.52 | 2.7 | 1.36 | 0.86 | 6.8 | - |
| 5 | 0.49 | 21.9 | 3.74 | 0.022 | 0.52 | 1.5 | 0.49 | 0.75 | 4.0 | - |
| 6 | 2.39 | 30 | 11.49 | 0.077 | 0.59 | 3.7 | 2.39 | 0.90 | 8.5 | - |
| 7 | 0.43 | 18.5 | 3.29 | 0.023 | 0.45 | 1.5 | 0.43 | 0.81 | 4.2 | - |
| 8 | 4.06 | 46 | 18.13 | 0.088 | 0.59 | 4.9 | 4.06 | 0.88 | 10.8 | - |
| 9 | 4.06 | 69 | 18.13 | 0.059 | 0.55 | 4.8 | 4.06 | 0.83 | 10.5 | - |
| 10 | - | 69 | - | - | - | - | - | - | - | - |
| 11 | 4.06 | 135 | 78.13 | 0.030 | 0.48 | 4.6 | 4.06 | 1.08 | 22.2 | - |

در ابتدای دوره بهره برداری

$$Q_w = K_{max} \times Q_{ave} \times P_0$$

شبکه اب باران:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شماره | آدم روها | طول | مساحت | | ضریب رواناب | | مقدار فاضلاب | |
| | | | مجاور | کل | مجاور | میانگین | i | Q |
| - | - | m | ha | ha | - | - | l/s.ha | l/s |
| 1 | 1-2 | 400 | 10 | 10 | 0.4 | 0.4 | 58 | 32 |
| 2 | 2-4 | 200 | 3.5 | 13.5 | 0.7 | 0.48 | 55 | 356 |
| 3 | 3-4 | 400 | 9 | 9 | 0.5 | 0.5 | 59 | 265 |
| 4 | 4-6 | 200 | 2.5 | 25 | 0.9 | 0.53 | 53 | 702 |
| 5 | 5-6 | 400 | 9.5 | 9.5 | 0.5 | 0.52 | 58 | 286 |
| 6 | 6-8 | 200 | 3 | 37.5 | 0.9 | 0.55 | 51 | 1052 |
| 7 | 7-8 | 400 | 9 | 9 | 0.5 | 0.54 | 58 | 282 |
| 8 | 8-9 | 400 | 15 | 61.5 | 0.4 | 0.51 | 45 | 1411 |
| 9 | 9-river | 1100 | - | 61.5 | - | - | - | 1411 |

| 1 | 3 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شماره | طول | Q | تراز خیابان | | $S_0$ | قطر | تراز کف کانال | | جریان پر | |
| | | | ابتدا | انتها | | | ابتدا | انتها | $Q_0$ | $V_0$ |
| - | m | l/s | m | m | 0/00 | mm | m | m | l/s | m/s |
| 1 | 400 | 232 | 107.80 | 102.5 | 5 | 500 | 102.5 | 100.5 | 268 | 1.36 |
| 2 | 200 | 356 | 102.5 | 100.96 | 5 | 600 | 100.5 | 99.5 | 433 | 1.53 |
| 3 | 400 | 265 | 104.07 | 100.96 | 5 | 500 | 101.5 | 99.5 | 268 | 1.36 |
| 4 | 200 | 702 | 100.96 | 99.90 | 3.3 | 800 | 99.5 | 98.84 | 751 | 1.49 |
| 5 | 400 | 286 | 104.62 | 101.9 | 4.5 | 600 | 100.66 | 98.84 | 411 | 1.45 |
| 6 | 200 | 1052 | 99.90 | 99.21 | 4 | 900 | 98.84 | 98.04 | 1128 | 1.77 |
| 7 | 400 | 282 | 101.95 | 99.21 | 6 | 500 | 100.44 | 98.04 | 293 | 1.49 |
| 8 | 400 | 1411 | 99.21 | 97.86 | 3.6 | 1000 | 98.04 | 96.60 | 141 | 1.80 |
| 9 | 800 | 1411 | 97.86 | 91.80 | 4 | 1000*750 | 96.60 | 92.20 | 1575 | 2.10 |

| 1 | 11 | 20 | 22 | 23 | 34 | 25 | 26 | 27 | 28 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شماره | Q | $Q_0$ | جریان نیمه پر | | | | | | |
| | | | $Q/ Q_0$ | V | زمان جریان | زمان تمرکز | i | Q | ادامه محاسبات |
| - | l/s | l/s | - | m/s | s | s | l/s.ha | l/s | - |
| 1 | 232 | 268 | 0.866 | 1.45 | 276 | 276 | 58 | 232 | - |
| 2 | 356 | 433 | 0.843 | 1.65 | 121 | 397 | 55 | 356 | - |
| 3 | 265 | 268 | 0.989 | 1.38 | 290 | 290 | 59 | 265 | - |
| 4 | 702 | 751 | 0.935 | 1.52 | 132 | 529 | 53 | 702 | - |
| 5 | 286 | 411 | 0.696 | 1.54 | 260 | 260 | 58 | 286 | - |
| 6 | 1052 | 1128 | 0.933 | 1.80 | 111 | 640 | 51 | 1052 | - |
| 7 | 282 | 293 | 0.962 | 1.52 | 253 | 253 | 58 | 282 | - |
| 8 | 1411 | 141 | 1.0 | 1.80 | 222 | 862 | 45 | 1411 | - |
| 9 | 1411 | 1575 | - | - | - | - | - | - | - |

در آمریکا روش منطقی را برای محدوده های بزرگتر از 3 کیلومتر مربع بکار نمی برند . علاوه بر این برای محدوده های بزرگتر از 0.5 کیلومتر مربع نیز بجای روش منطقی از روش های دیگری استفاده می کنند.

زمان تمرکز را می توان با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$t_c = 526.76\ K\ L^{\frac{1}{3}}\ i^{\frac{-2}{3}}$$

$$K = \frac{2.76*10^{-5} i + c}{s^{\frac{1}{3}}}$$

که در آن L طول جریان (m) ، S شیب منطقه ، c ضریب تاخیر جریان و i شدت جریان (mm/h) است . استفاده از این رابطه تنها برای طول های $L \le 3800\ \ m$ توصیه شده است .

ضریب تاخیر جریان را می توان از جدول زیر بدست آورد .

| پوشش | c |
|---|---|
| آسفالت | .0070 |
| رویه ماسه ای قیر اندود | .0075 |
| بتن | .012 |
| رویه شنی قیر اندود | .017 |
| علفزار کوتاه | .046 |
| علفزار بلند | .060 |

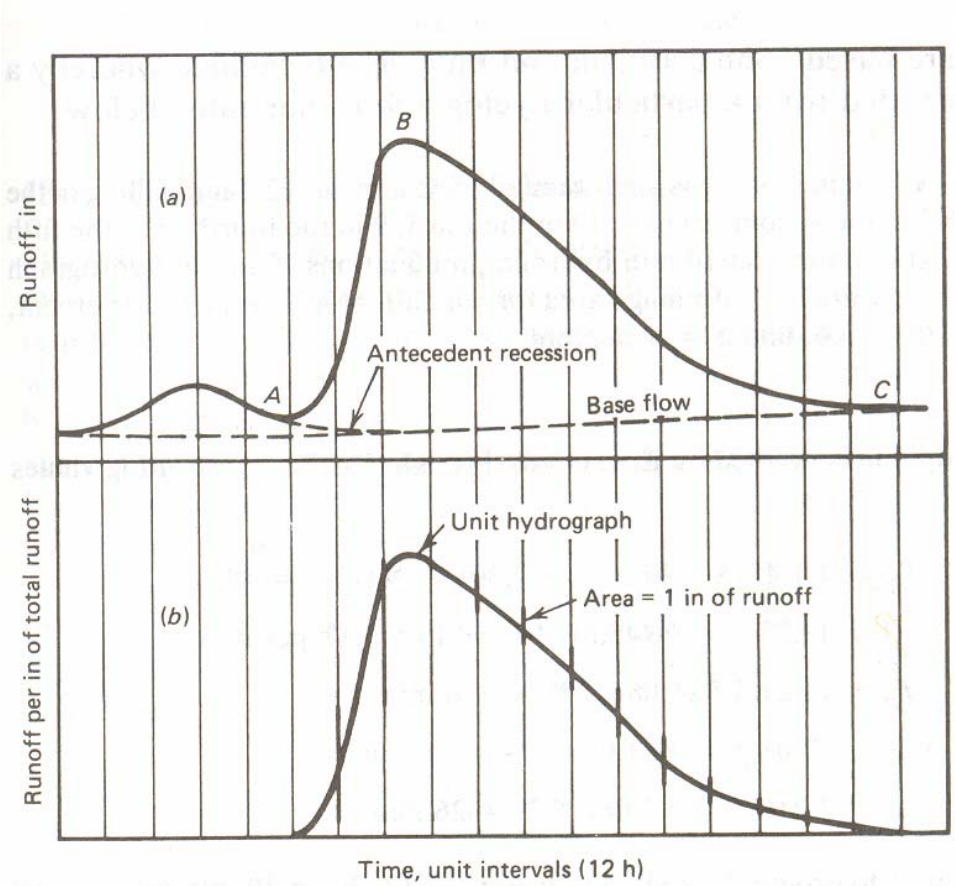
**روش هیدروگراف**

هیدروگراف واحد : هیدروگراف واحد عبارت است از هیدروگراف رواناب حاصل از بارشی با زمان تداوم واحد.

زمان تداوم واحد در اینجا هر واحد زمانی کمتر از زمان تمرکز منطقه می باشد.

اهمیت هیدروگراف واحد بواسطه مشاهداتی است که بر اساس آن همه بارش های با زمان یکسان به روانابی با زمان تداوم یکسان منجر می شوند. برای مثال همه بارش های ۱۲ ساعته بر روی یک حوزه آبریز به روانابی منجر می شودکه مثلا ۵ روز طول می کشد .

هیدروگراف واحد را می توان با استفاده از آمار موجود بارش – رواناب بدست آورد . برای مثال فرض کنید شکل ( a) نمایانگر هیدروگراف رواناب یک بارش ۱۲ ساعته باشد که در آن واحد زمان در محور افقی ۱۲ ساعت فرض شده است . منحنی رواناب قبل از نقطه A مربوط به بارش قبلی و بعد از نقطهC مربوط به جریان پایه رودخانه است . با کم کردن اثرات قبلی و جریان پایه از هیدروگراف و تقسیم مقادیرمحور عمودی بر ارتفاع کل رواناب ، هیدروگراف واحد ( ۱۲ ساعته در این مثال ) برای حوزه مورد نظر بدست می آید .



در روش هیدروگراف برای محاسبه رواناب از معادلات پارامتریک برای تعیین شکل هیدروگراف واحد استفاده می شود . فرم کلی این معادلات بصورت زیر است .

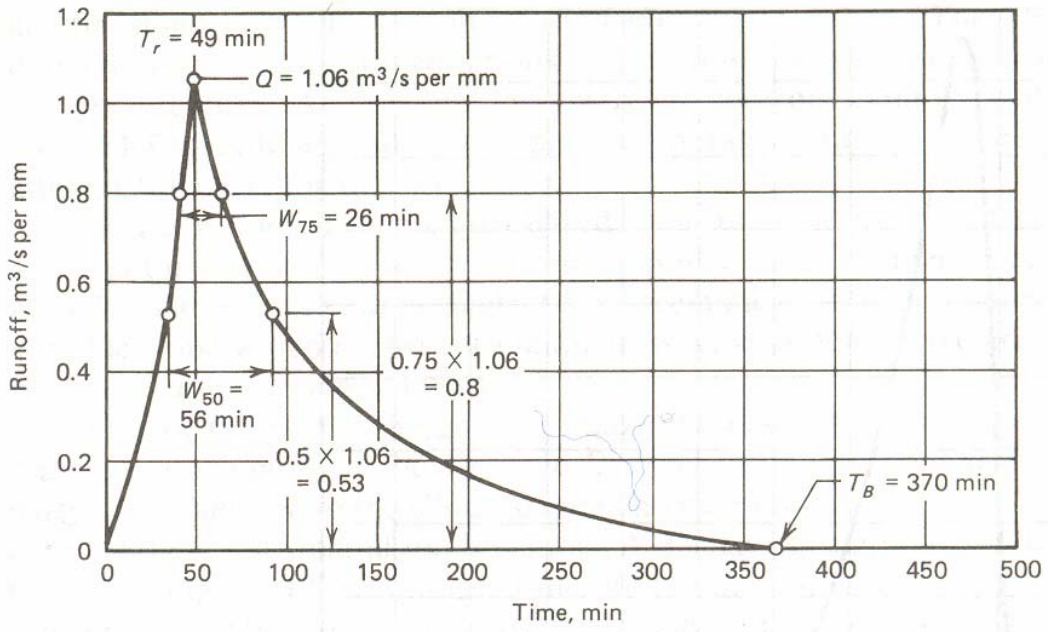
زمان پیک هیدروگراف ( دقیقه ) $T_R = 4.1 L^{.23} S^{-.25} I^{-.18} \Phi^{1.57}$

زمان پایه هیدروگرف ( دقیقه ) $T_B = 71.21\ A Q^{-.95}$

عرض هیدروگراف بازای Q 50% ( دقیقه ) $W_{50} = 12.08\, A^{.93} Q^{-.92}$

عرض هیدروگراف بازای Q 75% ( دقیقه ) $W_{75} = 7.21\, A^{.79} Q^{-.78}$

دبی حداکثر رواناب ( متر مکعب بر ثانیه بازای یک میلیمتر بارش موثر ) $Q = 13.27\, A^{.96} T_R^{-1.07}$




L طول کانال اصلی

S شیب کانال اصلی

I ضریب نفوذپذیری

Φ ضریب انتقال (0.6-1.3 )

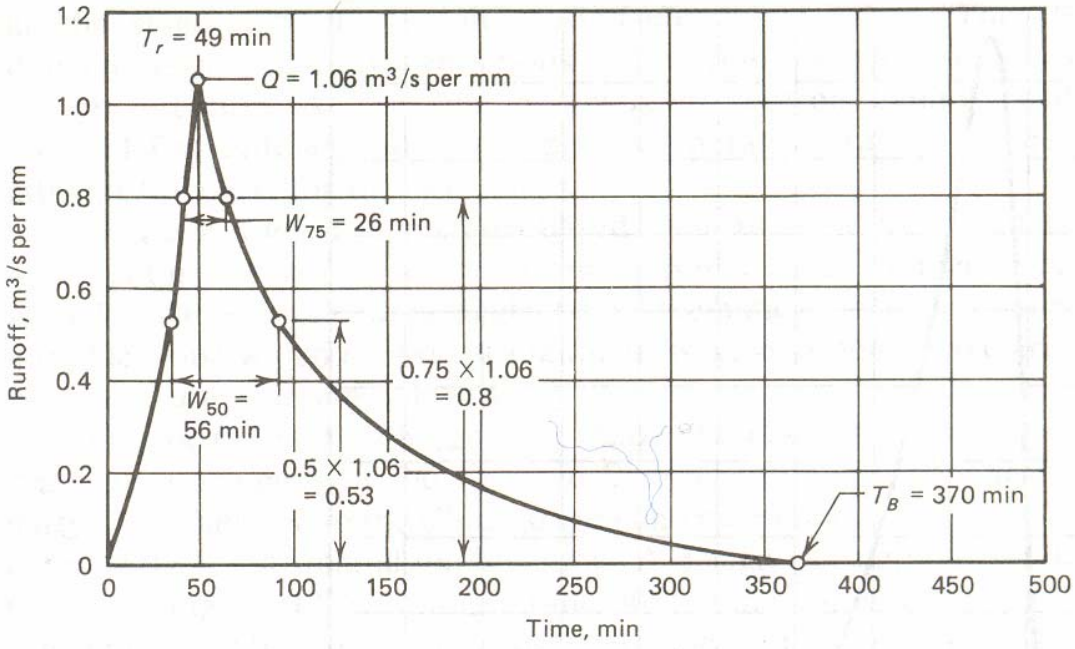
A سطح حوزه ( $Km^2$ )

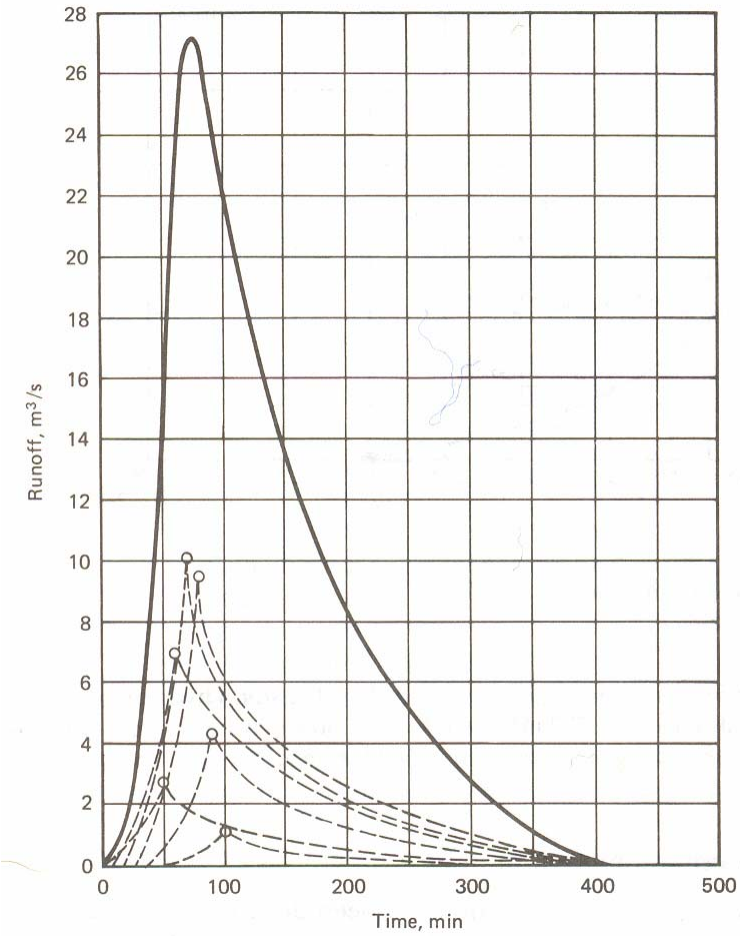
از این روش برای حوزه های تا ۳۸ کیلومتر مربع نیز استفاده می شود .
مثال : بارشی یک ساعته با شدت 33 mmدر یک ساعت که ۲.۵ میلیمتر آن در ۱۰ دقیقه اول ، ۶.۵ میلیمتر آن در ۱۰ دقیقه دوم ، 10 mmدر ۱۰ دقیقه سوم ، 9 mm در ۱۰ دقیقه چهارم ، 4 mmدر ۱۰ دقیقه پنجم و 1 mm در ششمین ۱۰ دقیقه می بارد در نظر است . با استفاده از هیدروگراف ۱۰ دقیقه ای ، هیدروگراف رواناب حاصل از این بارش را در حوزه ای با L=4575m، I=30 ، $A=5.5\ Km^2$ ، $\Phi=1$ و S=0.01 محاسبه کنید .
با محاسبه پارامترهای هیدروگراف داریم :

$T_R = 49$ $Q = 1.06\ {}^{m^3}\!/_{s}\ per\ mm$ $T_B = 370\ min$

$W_{50} = 56\ min$ $W_{75} = 26\ min$

هیدروگراف مورد نظر در شکل نشان داده شده است . هر یک از بارش های ۱۰ دقیقه ای دارای هیدروگرافی مشابه هیدروگراف مورد نظر خواهد بود که محور عمودی آن در شدت بارش مربوطه ضرب شده باشد. با جمع این هیدروگراف ها که نقطه شروع آنها معادل زمان شروع بارش است می توان هیدروگراف رواناب را بصورت زیر بدست آورد . دبی حداکثر برابر $27.2\ {}^{m^3}/_{s}$ و کل رواناب معادل $180{,}000\ m^3$ بدست خواهد آمد .



**روش های شبیه سازی کامپیوتری :**

در این روش ها برای روندیابی دقیق جریان در شبکه های فاضلاب از حل عددی معادلات حاکم بر جریان غیر دائمی یک بعدی متشکل از دو معادله پیوستگی و ممنتم مرسوم به معادلات سنت ونت استفاده می شود .

$$B\frac{\partial y}{\partial t}+A\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial A}{\partial x}=0$$

$$\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t}-\frac{V}{g}\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial x}+s_f-s_0=0$$

که در آن A سطح مقطع جریان ، V سرعت جریان ، B عرض سطح آزاد آب ، $s_f$ شیب اصطکاکی ، $s_0$ شیب کانال ، y عمق آب و x فاصله مقطع از مبدا مختصات در طول کانال می باشد .

نرم افزارهای متعددی همچون ۱- HEC ، RMSTO ، SWMM امکان حل معادلات فوق را در شکل اولیه و شکل ساده شده آن فراهم می کنند .

**شکل فاضلابروها**

فاضلابروها را به اشکال مختلفی می سازند . در انتخاب شکل مقطع فاضلابروها بایستی مقدار حداقل و حد اکثر دبی فاضلاب ، سرعت فاضلاب و مقدار مواد معلق در فاضلاب مد نظر قرار گرفته می شود تا از ته نشین مواد جامد جلوگیری شود .

متداول ترین اشکال فاضلابروها عبارتند از :

**۱-مقطع دایره ای**

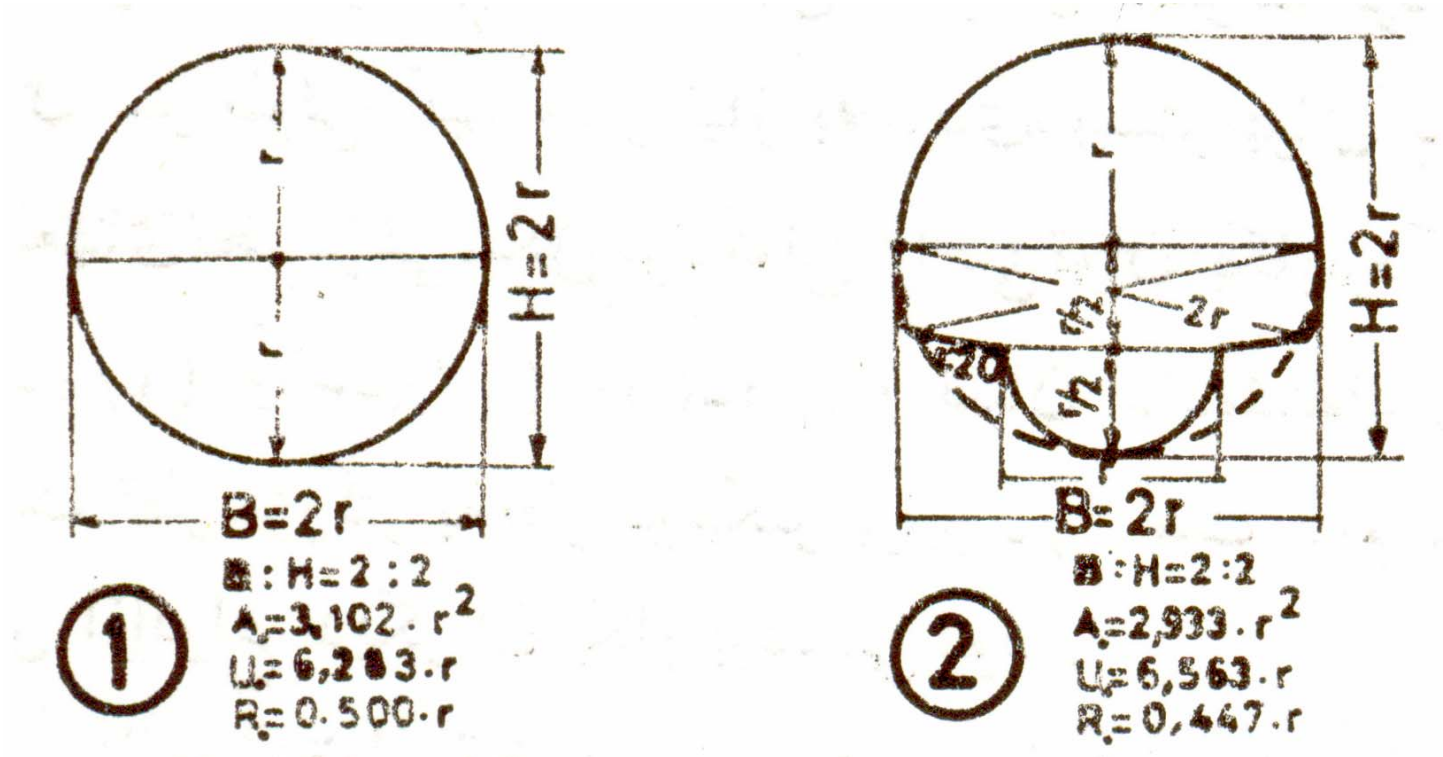
**۲- مقطع تخم مرغی**

**۳- مقاطع گوشه دار**

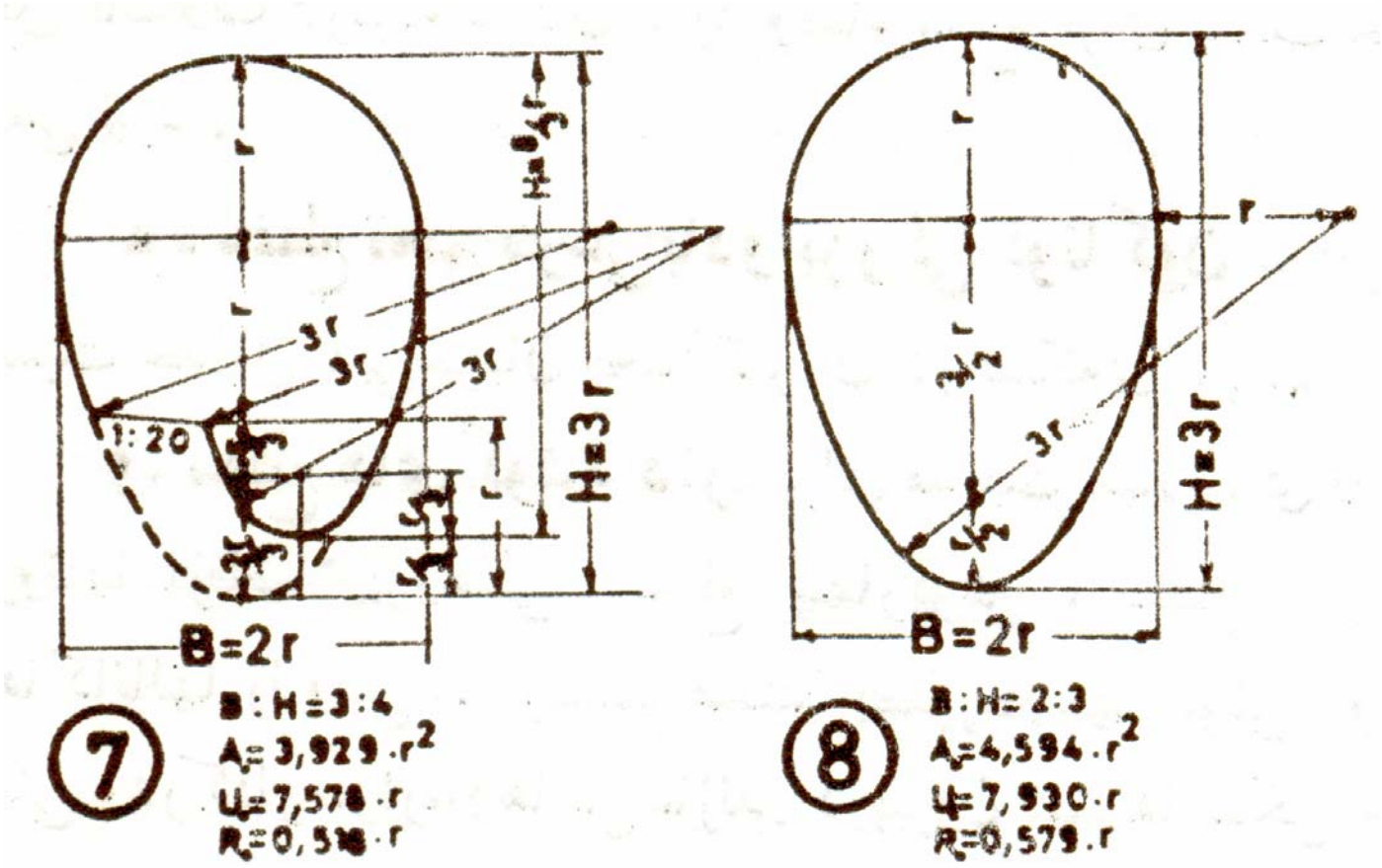
**۴- مقطع نعل اسبی (تخم مرغی پخ)**

۱-**مقطع دایره ای** : آسانی ساخت – کمترین سطح مقطع و افت انرزی - برای سطح مقطع های کوچک ( قطر کمتر از ۵۰ سانتی متر ) مورد استفاده قرار گرفته و مقرون به صرفه است . نامناسب برای نسبتهای کوچک حداقل دبی به حد اکثر آن.

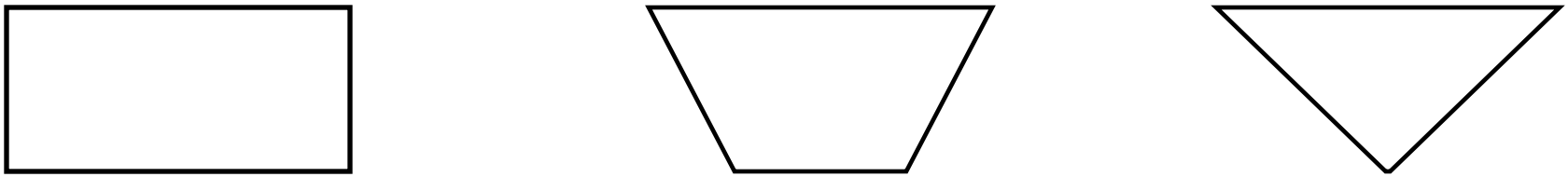
در این مواقع از مقطع دایره ای مرکب استفاده میشود که در آن شعای دایره کوچکتر نصف دایره بزرگتر است.



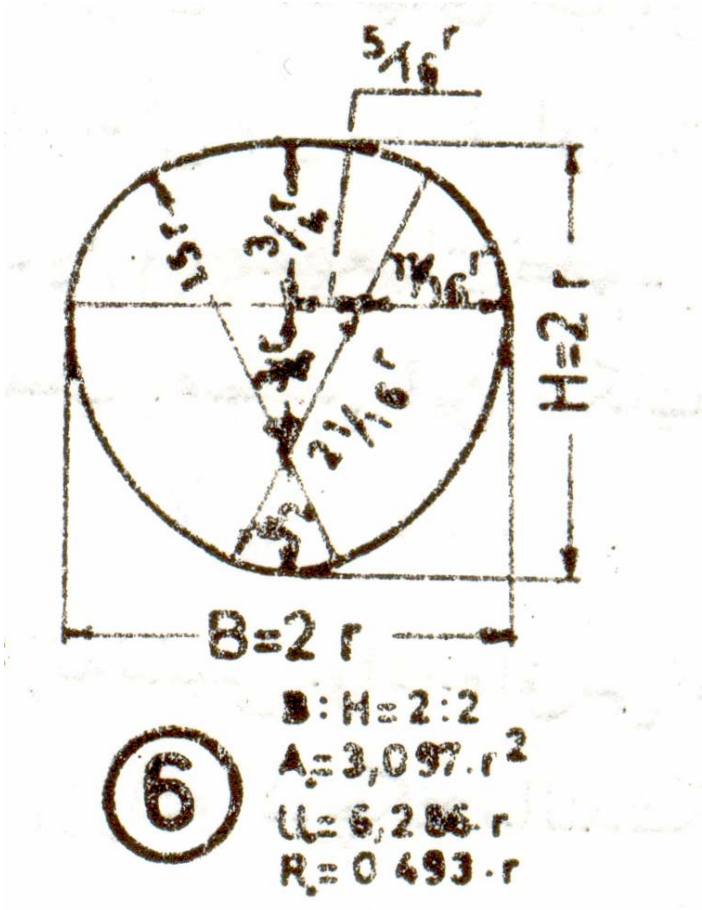
۲- **مقطع تخم مرغی** : به دلیل حفظ ارتفاع جریان در حداقل جریان از ته نشینی مواد جامد جلوگیری می شود. عیب انها در گرانتر بودن آنها و عمق بیشتر برای کارگذاری است. با نسبتهای مختلف قطر بزرگتر به قطر کوچکتر

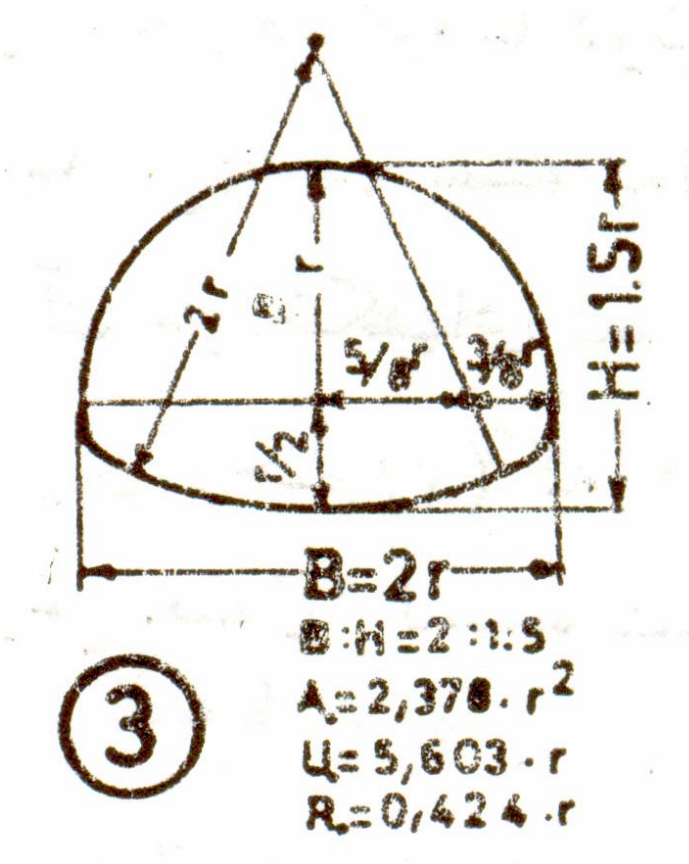


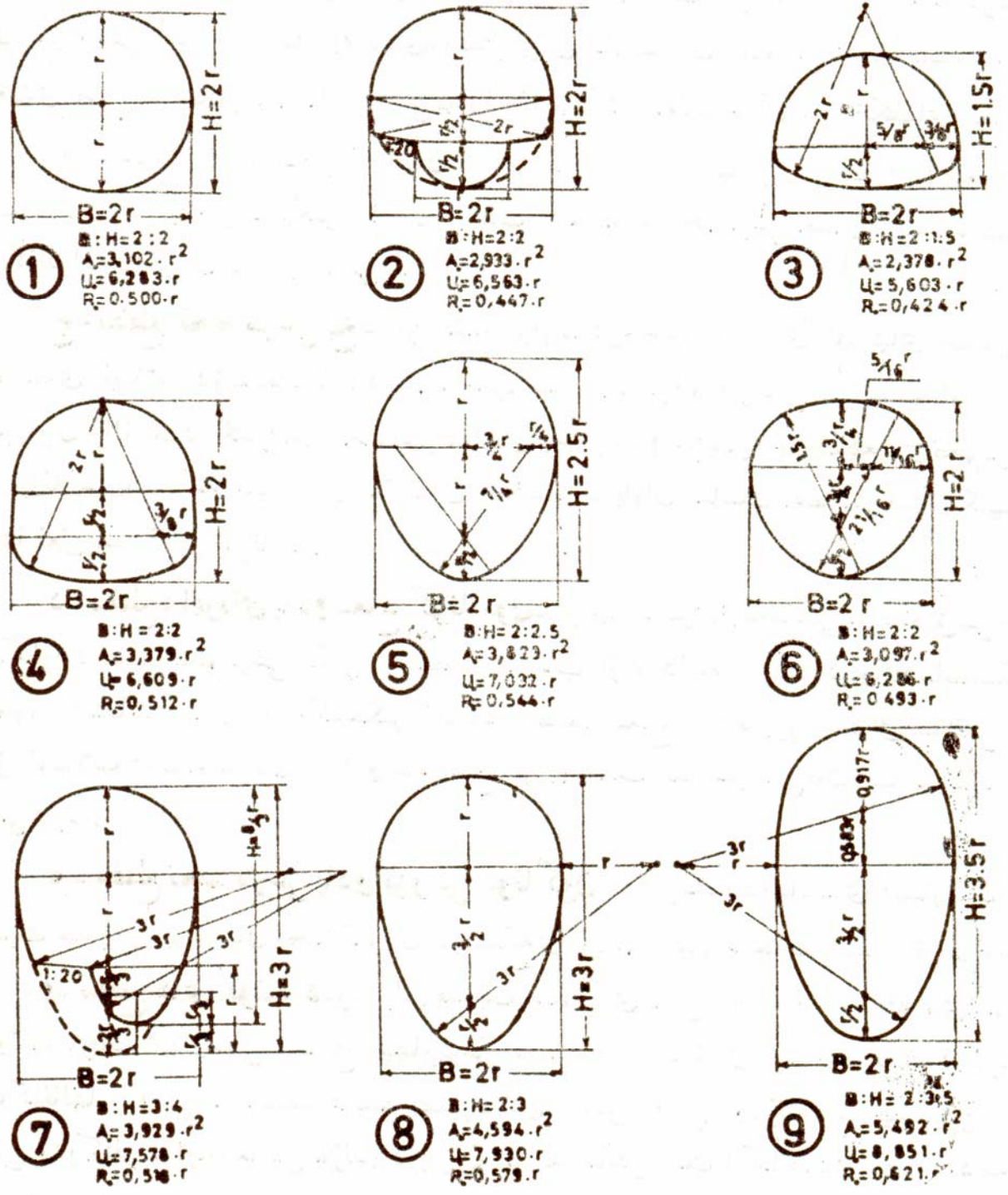
۳- **مقاطع گوشه دار** : به دلیل سهولت ساخت ، موارد استفاده زیادی در شبکه فاضلاب سطحی شهر ها دارد . مقاطع مستطیلی ،مثلثی و ذوزنقه ای از انواع متداول آن است.



۴- **مقطع نعل اسبی (تخم مرغی پخ)** : برای شبکه فاضلاب های سطحی و مختلط مناسب است.




H=2r
B=2r
B:H=2:2
A=3,102·r²
U=6,283·r
R=0,500·r
1:20
B:H=2:2
A=2,933·r²
U=6,563·r
R=0,447·r
H=1,5r
B:H=2:1,5
A=2,378·r²
U=5,603·r
R=0,424·r
B:H=2:2
A=3,379·r²
U=6,609·r
R=0,512·r
H=2,5r
B:H=2:2,5
A=3,823·r²
U=7,032·r
R=0,544·r
B:H=2:2
A=3,097·r²
U=6,286·r
R=0,493·r
H=3r
B:H=3:4
A=3,929·r²
U=7,578·r
R=0,518·r
B:H=2:3
A=4,594·r²
U=7,930·r
R=0,579·r
H=3,5r
B:H=2:3,5
A=5,492·r²
U=8,851·r
R=0,621·r

**جنس فاضلابروها**

انتخاب لوله‌ها با توجه به ملاحظات فنی و اقتصادی و نکات زیر می‌باید مورد بررسی قرار گیرد:

در دسترس بودن (محدودیت تهیه لوله‌ها و متعلقات از منابع داخلی و مشکلات تهیه از منابع خارجی)

مقاومت در مقابل فشارهای داخلی و ضربه آب

مقاومت در مقابل بارهای خارجی و انتخاب بسترسازی با تکیه‌گاه مناسب

مقاومت در مقابل خورندگی داخلی و خارجی و انتخاب پوشش و حفاظتهای مناسب با توجه به میزان خورندگی محیط و مشخصه فاضلاب

کاهش قطر داخلی بر اثر پوشش داخلی

ضریب زبری مناسب با توجه به نوع لوله ویا پوشش داخلی آن

میزان آب بندی لوله‌ها

آسیب پذیری در مقابل ضربات احتمالی

مشکلات حمل و نقل و احتمال صدمه دیدن

تغییر شکل لوله در مقابل نیروهای خارجی و هنگام حمل و نصب و اثر آن بر روی پوشش داخلی
مقاومت در مقابل عوامل محیطی
سهولت تعمیرات و نگهداری
سهولت تهیه متعلقات لازم برای اتصالات خانگی
حساسیت خط لوله در مقابل نشستهای غیر همگن
مشکل شناور شدن لوله در صورت بالا بودن سطح آب زیر زمینی در حین اجرا

به عنوان راهنما، مزایا و معایب لوله‌هایی که در شبکه های فاضلاب و آبهای سطحی کاربرد بیشتری دارند، در زیر شرح داده شده و استفاده از لغاتی از قبیل، خیلی خوب، خوب، متوسط و غیره برای لوله‌ها در شرایط متعارف و یکسان و به منظور مقایسه عنوان گردیده است، بدیهی است همانگونه که در هر مورد بیان شده است برای جبران نقاط ضعف و بالا بردن مقاومت هریک از انواع لوله ها اقداماتی می توان انجام داد که در مقیسه اقتصادی لازم است هزینه های مربوط منظور گردد.

**لوله‌های آزبست سیمان**

مقاومت ضعیف در مقابل خورندگی داخلی(بر اثر سپتیک شدن فاضلاب)

مقاومت نسبتا خوب در مقابل خورندگی خارجی، این مقاومت با پوشش قیری افزایش می‌یابد.

استفاده از سیمان ضد سولفات در تولید لوله‌های آزبست سیمان برای استفاده در شبکه‌های فاضلاب الزامی است.

مقاومت متوسط در مقابل نیروهای خارجی

مشکل حمل ونقل به علت شکنندگی

سهولت نسبی نصب(متوسط)

مشکل نسبی تعمیر و تعویض

ضریب زبری خوب

محدودیت ساخت لوله های با قطر بیش از ۷۰۰ میلیمتر

**لوله‌های چدنی(در خطوط تحت فشار)**

مقاومت متوسط در مقابل خورندگی از داخل و خارج، این مقاومت باپوشش قیری افزایش می‌یابد.

مقاومت خوب در مقابل نیروهای خارجی

مشکل نسبی حمل و نقل

مشکل نسبی نصب

مشکل تعمیر و تعویض

ضریب زبری نسبتا خوب

**لوله‌های سفالی**

مقاومت خیلی خوب در مقابل خورندگی از داخل و خارج(لوله‌های لعابدار و شیشه ای)

مقاومت ضعیف در مقابل نیروهای خارجی

مشکل حمل ونقل

مشکل نسبی نصب

مشکل تعمیر و تعویض

ضریب زبری خوب

محدودیت ساخت لوله‌ها (قطر حداکثر ۲متر و حداقل ۵۰۰میلیمتر)

**لوله‌های پلاستیکی(PVC-PE-GRP)**

مقاومت خیلی خوب در مقابل خورندگی از داخل و خارج

مقاومت ضعیف در مقابل نیروهای خارجی، تغییر شکل پذیری در قطرهای بزرگ و آسیب پذیری در مقابل ضربات

سهولت حمل و نقل

سهولت نصب

سهولت تعمیر و تعویض

ضریب زبری خیلی خوب

محدودیت ساخت برای لوله‌هایPVC و پلی اتیلن در اقطار بیش از ۴۰۰ میلیمتر(این محدودیت برای لوله‌های GRP وجود ندارد).

**لوله‌های بتنی و بتن مسلح**

مقاومت نسبتا خوب در مقابل خورندگی از داخل و خارج. این مقاومت با استفاده از سیمان ضد سولفات و اندود داخلی افزایش می‌یابد.

مشکل حمل و نقل به علت سنگینی(معمولا در منطقه مصرف ساخته‌می‌شود)

مشکل نصب و آببندی اتصالیها(نیاز به دقت ویژه در ساخت)

مشکل تعمیر و تعویض

ضریب زبری متوسط تا نسبتا خوب

محدودیت طول لوله(۱/۲۵ تا۲/۵ متر)

**متعلقات و ابنیه ویژه فاضلابروها**

ابنیه فاضلابرو ها برای سهولت تعمیر و نگهداری فاضلابرو ها احداث می شوند . مهمترین ابنیه ویژه فاضلابرو ها عبارتند از :

**- آدم روها (manholes )**

**– دهانه های ورودی آب باران (street inlets)**

**- مخزن رسوب گیر (catch basins )**

**- سر ریز آب باران (strom overflows )**

**-دریچه های خروجی (outlets)**

**حوضچه های شستشو : (flush tank)**

**انشعاب خانگی :**

## - آدم روها (manholes )

آدم روها برای فراهم آوردن امکان ورود به فاضلابرو ها ، جهت رسوب برداری و تمیز کردن فاضلابرو ها ساخته می شوند .

ایجاد آدم رو ها در محل های زیر ضروری است :

۱- در محل تغییر شیب فاضلابرو ها

۲- در محل تغییر ارتفاع فاضلابرو ها

۳- در محل تغییر اندازه فاضلابرو ها

۴- در محل تقاطع فاضلابرو ها ( محل تغییر جهت )

۵- در ابتدا و انتهای هر مسیر

۶- در مسیرهای مستقیم

۶-۱- فواصل ۵۰-۷۰ متر برای فاضلابرو های با قطر کوچک (۱۵۰-۲۵۰ میلیمتر)

۶-۲- فواصل ۷۰-۸۰ متر برای فاضلابرو های با قطر متوسط (۳۰۰-۶۰۰ میلیمتر)

۶-۱- فواصل ۸۰-۱۲۰ متر برای فاضلابرو های با قطر بزرگ (۶۰۰-۱۷۰۰ میلیمتر)

۶-۱- فواصل متر ۱۲۰ یا بیشتر برای فاضلابرو های با قطر خیلی بزرگ (بیش از۱۷۰۰ میلیمتر)

قطر آدم روها باید به گونه ای باشد که فضای کافی برای کار کردن با یک بیلچه ۱۲۰ سانتی متری برای کار گر فراهم شود . قطر آدم روهای فاضلابرو های بزرگ باید امکان حرکت یک قایق و یا یک اسکریپر را فراهم سازد .

آدم روها را معمولا از جنس بتن مسلح می سازند ، ولی در برخی شرایط می توان آن را از آجر و پوشش سیمانی نیز ساخت . سرپوش و اسکلت دهانه آدم روها را از چدن می سازند.

**- دهانه های ورودی آب باران** (street inlets)

امکان ورود آب باران و برف های ذوب شده در سطح معابر را از طریق جوی های کوچک به داخل شبکه فاضلاب سطحی فراهم می کنند .

دهانه ها باید در جایی ساخته شوند که خیابان ها و پیاده رو ها را از سیلاب تخلیه کند . در تقاطع خیابان ها باید دهانه های ورود آب باران به گونه ای قرار داده شود تا محل عبور عابرین پیاده از سیلاب تخلیه شود . اگر فاصله تقاطع ها بیش از ۱۵۰ متر بوده و یا آب پشت بام ها وارد جوی خیابان ها شود باید در فواصل بین تقاطع ها نیز از دهانه های ورود آب باران استفاده کرد .

بهترین محل برای احداث دهانه های ورود آب باران در تقاطع ها کمی بالاتر از خط کشی عابرین پیاده است . دهانه های ورود آب باران در واقع رابط جوی های آب روباز و شبکه فاضلاب سطحی می باشد . برای جلوگیری از ورود شاخ و برگ درختان و مسدود شدن شبکه فاضلاب دهانه های ورود آب باران با شبکه ای فلزی به نام آشغالگیر محافظت می شوند .

**مخزن رسوب گیر** (catch basins )

مخازن رسوب گیر یکی از مولفه های مهم شبکه فاضلاب های سطحی و مختلط می باشد . وقتی سرعت فاضلاب برای جلوگیری از رسوب مواد جامد کافی نباشد ، برای جلوگیری از ته نشین مواد جامد در فاضلابرو ها مخازنی برای رسوب مواد جامد در آنها ساخته میشود. این مخازن به خصوص برای خیابان های خاکی و شنی لازم است . در حالیکه بتوان فاضلابرو ها را به صورت خودشوی طراحی کرد، می توان از این مخازن صرف نظر نمود . محل این مخازن قبل از ورود به فاضلابرو می باشد .

**سر ریز آب باران** (strom overflows )

در فاضلابروهای مرکب مقدار آب باران بسیار بیشتر از فاضلاب خانگی یا صنعتی است و لذا هدایت همه فاضلاب به تصفیه خانه منجر به ابعاد دست بالای تصفیه خانه خواهد شد . سرریز های آب باران برای هدایت مقداری از آب باران به خارج از شبکه و نهایتا به سمت رودخانه یا مسیلهای طبیعی احداث می شوند تا به این ترتیب ظرفیت تصفیه خانه ها کاهش یابد .

نسبت آب باران منتقل شده به خارج از شبکه به آب باران منتقل شده به تصفیه خانه، به غلظت فاضلاب بستگی دارد . هر چه این غلظت بیشتر باشد مقدار آب منتقل شده به خارج از شبکه کمتر خواهد بود .

**انواع سرریز های آب باران** :

| | |
|---|---|
| سرریز آب باران جانبی | side flow weires |
| سرریز آب باران بامانع | baffled weires |
| سرریز آب باران متقاطع | trasverse weires |
| سرریز آب باران پرشی | leaping weires |
| سیفون | siphon spillway |

**دریچه های خروجی** :
امکان خروج فاضلاب از شبکه توسط این دریچه ها فراهم می آید . در محل دفع فاضلاب به رودخانه ها و دریاچه ها ، دریچه های خروجی را در عمق و به صورت غوطه ور قرار می دهند تا فاضلاب در حجم بزرگتری پخش شود . در چنین شرایطی برای جلوگیری از برگشت آب به داخل فاضلابرو ها از دریچه های یکطرفه استفاده می شود .

**دریچه های تهویه** :
این دریچه ها برای تامین جریان هوا در داخل فاضلابرو ها جهت جلوگیری از تجمع گازهای فاضلاب احداث می شود . تجمع گازها در فاضلابرو ها علاوه بر بوی بد می تواند موجب خوردگی و انفجار در لوله ها شود .

**حوضچه های شستشو** :

در شرایطی که شیب طبیعی زمین کم باشد و ایجاد شیب لازم برای شستشوی خود به خودی فاضلابروها هزینه زیادی داشته باشد ، سرعت پایین فاضلاب موجب ته نشینی مواد جامد و انسداد فاضلابرو می شود .

این امر به خصوص در اوایل دوره بهره برداری از شبکه به دلیل تعداد کم استفاده کنندگان از شبکه اهمیت بیشتری می یابد .

برای جلوگیری از این امر حوضچه هایی جهت فراهم آوردن امکان شستشوی فاضلابرو ها تعبیه می شود که آب را با سرعت زیاد وارد فاضلابرو ها کرده و باعث شستشوی آن میشود .

دبی و حجم آب مصرفی در هر شستشو :

| ردیف | قطر ( میلیمتر ) | دبي شستشو(lit/s) | حجم آب مصرفي (m**3) |
|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 2 | 400 |
| 2 | 150 | 15 | 1000 |
| 3 | 200 | 35 | 1000 - 2000 |
| 4 | 400 | 55 | 2000 - 4000 |

**انشعاب خانگی** :

سیستم فاضلاب خانه ها از طریق لوله های فاضلابرو کوچک به شبکه فاضلاب عمومی متصل می شود . حداقل اندازه لوله های انشعاب باید ۱۰۰ میلیمتر و حداقل شیب آن ۲ درصد باشد . این لوله ها از جنس چدن بوده و حتی الامکان باید از تغییر جهت در آنها خودداری کرد .

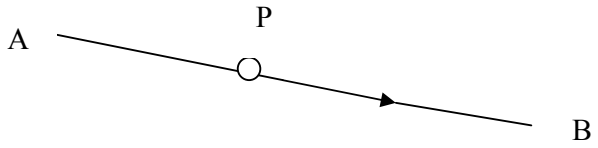
# مهندسی آب و فاضلاب: تمرینات سری دوم

1- خط لوله AB به طول ۸ کیلو متر و قطر ۷۰۰ میلیمتر با شیب ثابت ۰۰۰۴. گذاشته شده است برای تامین دبی ۸۰۰ لیتر در ثانیه از یک پمپ استفاده خواهد شد اگر افتهای موضعی برابر $10.25(V^2/2g)$ و f=.015 باشد تعیین کنید

۱- ارتفاع تولیدی پمپ

۲- توان مصرفی با راندمان ۸۰٪

۳- قطر لوله موازی با لوله AB که می تواند جایگزین پمپ شود.




2- دبی جریان دائمی بین دو مخزن شکل زیر را همراه با توان مصرفی پمپ حساب کنید .

$D_s=D_d=200mm$ قطر لوله رانش و مکش

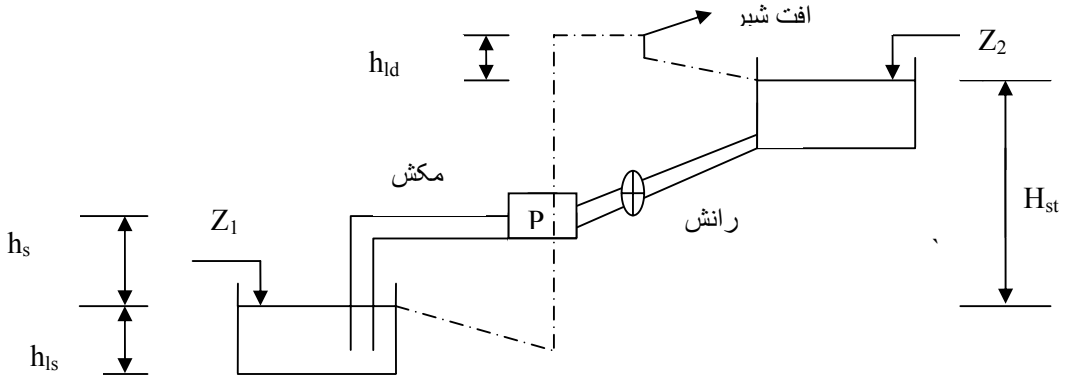
$L=2000m$ مجموع طول رانش و مکش

$e=.03mm$ زبری

$5.2\ (V^2/2g)$ افتهای موضعی

$h_s=10m$ ارتفاع مکش

| Q(l/s) | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| H(m) | 25 | 23.2 | 20.8 | 16.5 | 12.4 | 7.3 |
| R(%) | - | 45 | 65 | 71 | 65 | 45 |

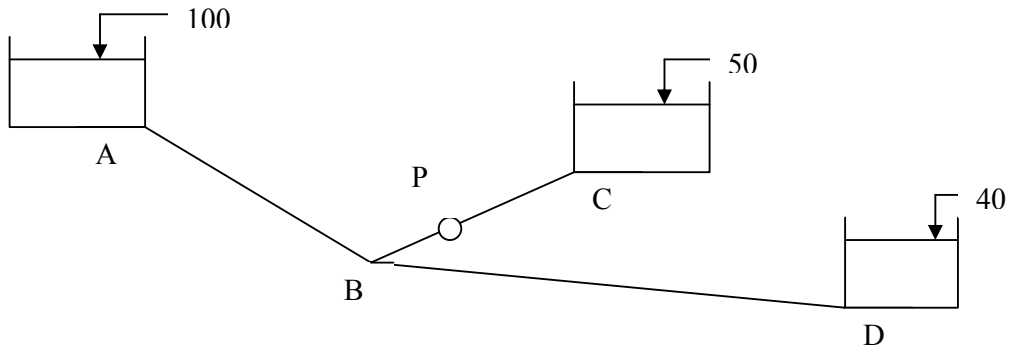



3- از افتهای موضعی صرفنظر کرده و دبی جریان را در شاخه های شبکه زیر پیدا کنید . مشخصات پمپ بصورت جدول ارائه شده و توان مصرفی پمپ را بدست آورید .

| شاخه | طول m | قطر mm | زبری mm |
|---|---|---|---|
| AB | 5000 | 300 | .06 |
| BC | 2000 | 200 | .06 |

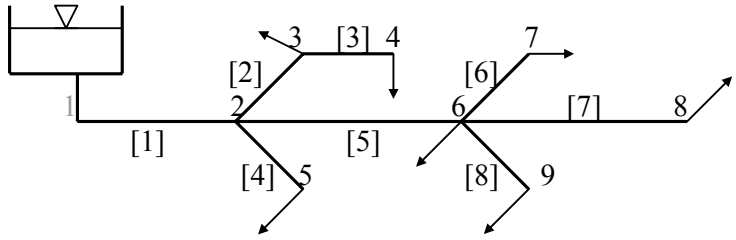
| | | | |
|---|---|---|---|
| BD | 3000 | 150 | .06 |

| Q(l/s) | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| H(m) | 40 | 38.8 | 35.4 | 29.5 | 21 | 10 |
| R(%) | - | 50 | 70 | 73 | 58 | 22 |




4- جمعیت بیست سال آینده یک روستا ۱۰۰۰۰ نفر برآورد شده است. با فرضیات زیر مطلوب است طرح هیدرولیکی و ارتفاع مخزن. جمعیت آینده را به نسبت طول لوله ها منظور می نماییم. لوله شماره ۱ فقط به عنوان انتقال استفاده می شود. تعداد طبقات را حداکثر ۴ طبقه در نظر بگیرید. دبی متوسط روزانه برای هر نفر ۱۵۰ لیتر و ضریب حداکثر مصرف ساعتی را ۲/۵ فرض کنید.

$T=15^{0c}$ e=1mm

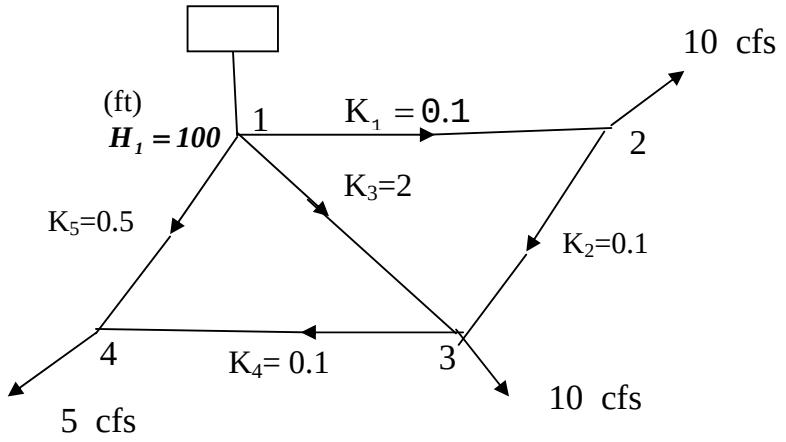


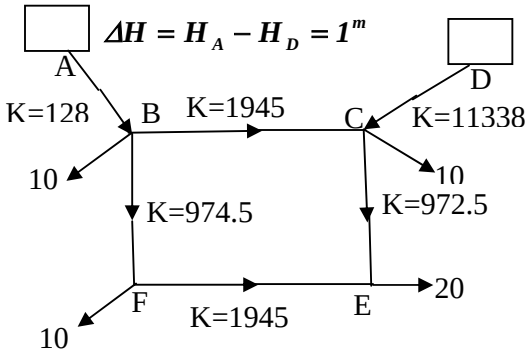

| شماره گره | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رقوم | 1000 | 999 | 998.5 | 998.5 | 850 | 997 | 997.5 | 997 | 860 |

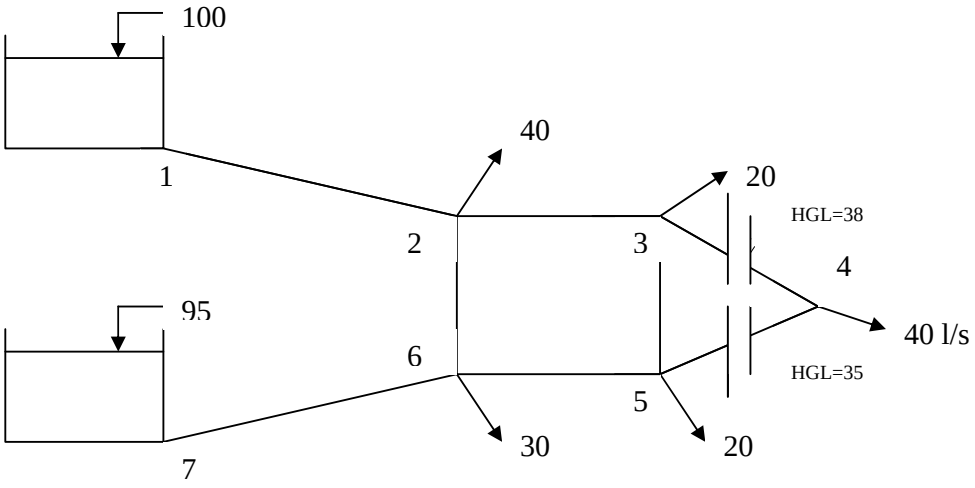
| شماره لوله | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طول لوله به متر | 100 | 300 | 300 | 100 | 400 | 100 | 300 | 200 |

**تمرین درس مهندسی آب و فاضلاب - سری چهارم**

۱- شبکه های زیر را در قالب معادلات $H-Q, \Delta Q, H, Q$ فرمولبندی کنید.



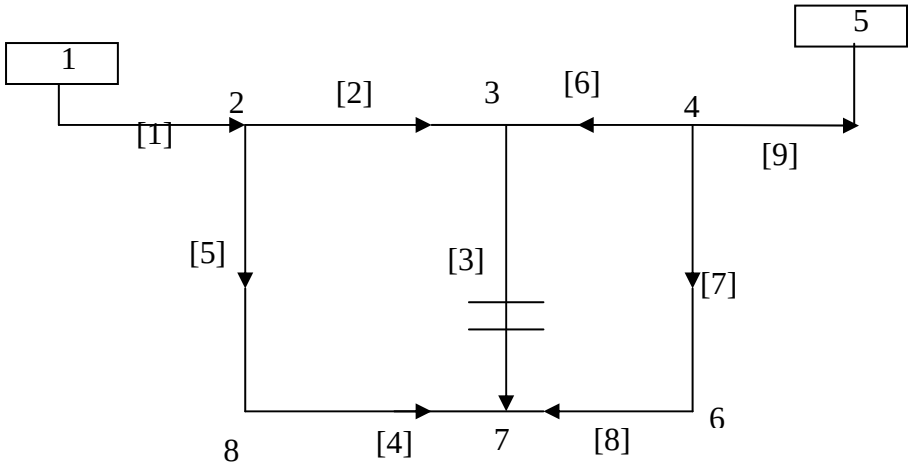
# مهندسی آب و فاضلاب - تمرینات سری پنجم

مثال: شبکه نشانداده شده را براساس معادلات $H-Q, \Delta Q, H, Q$ تحلیل و دبی های واقعی، سرعت در لوله ها و فشار در گره ها را حساب کنید. ارتفاع هر دو مخزن از سطح زمین برابر ۲۰ متر است.

$$C_{HW} = 120$$

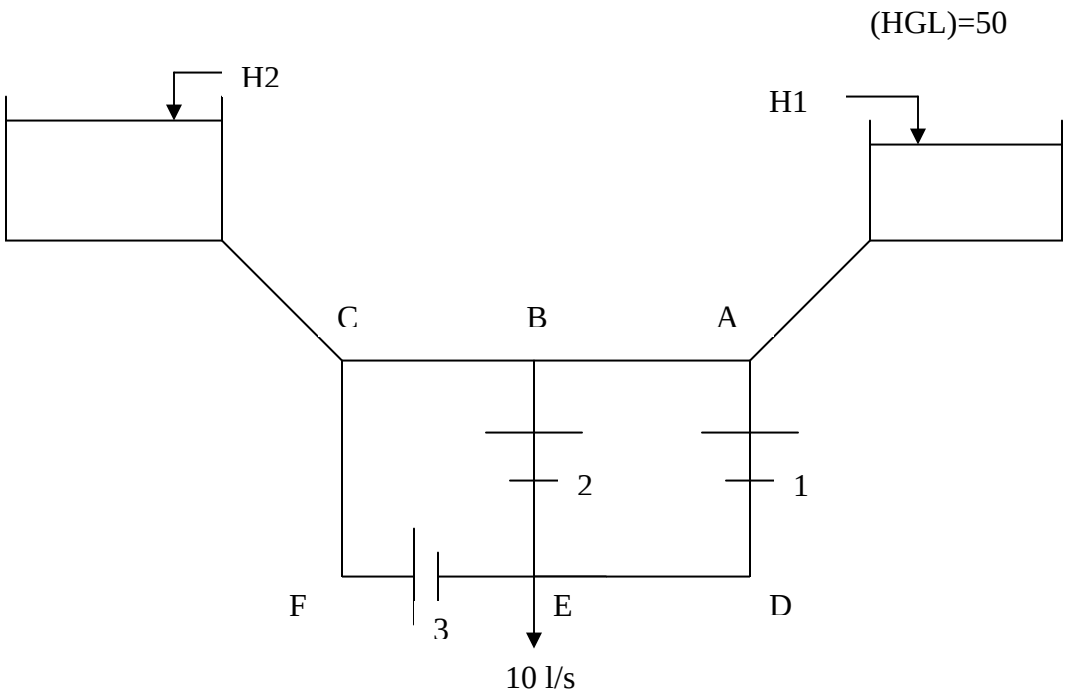
| شماره لوله | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| طول لوله | 200 | 300 | 400 | 200 | 400 | 400 | 300 | 200 | 200 |

| شماره گره | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رقوم | 1000 | 999.5 | 997 | 998.5 | 999 | 998 | 998 |

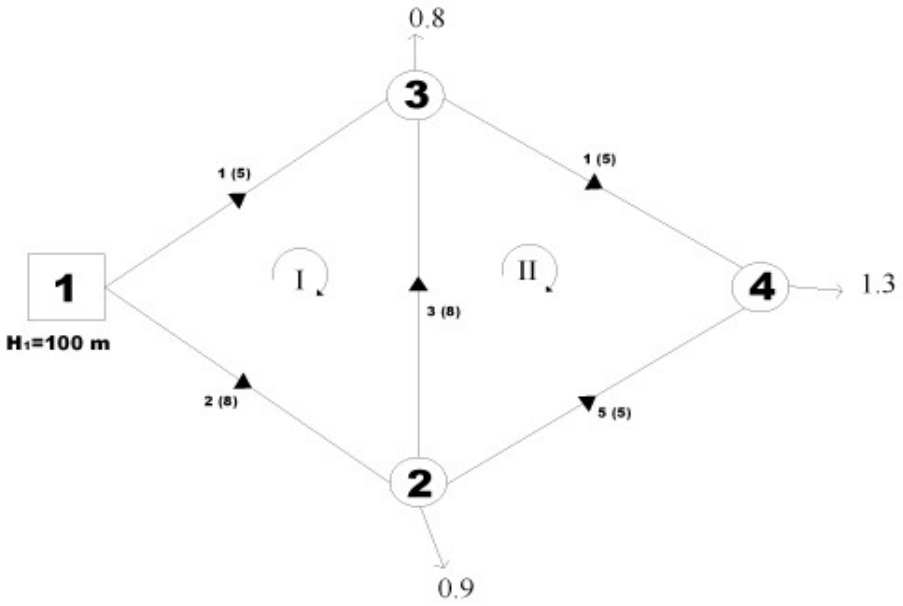



۳- شبکه زیر مفروض است شیرهای فشار شکن ۱و۲و۳ همگی برای ارتفاع پیزومتریک ۵۰ متر تنظیم شده اند ارتفاع طبیعی زمین در محل شیرهای ۱و۲و۳ به ترتیب ۳۶و۳۴و۳۴ متر است برای اینکه فشار در نقطه D از ۱۵ متر کمتر گردد مصرف نقطه D چقدر باید باشد . طول لوله DE برابر ۱۰۰ متر و ارتفاع طبیعی نقطه D برابر ۲۳ متر می باشد .

( $K_{1D}=K_{2E}=K_{3E}=656$ , $K_{DE}=1312$ )


(HGL)=50
H2
H1
C
B
A
2
1
F
3
E
D
10 l/s

**مثال** : شبکه تک چشمه ای زیر را با فرض $H_1 = 100^{m}$ با استفاده از روش های مختلف حل کنید.




- روش هاردي کراس حلقه :

با فرض $n = 1.85$ و دبی های اولیـه $Q_1 = 1.8^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.2^{m^3/s}$ ، $Q_3 = 0.1^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 1.1^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.2^{m^3/s}$ که رابطه پیوستگی را تامین می کند داریم:

$$\Delta Q_{im} = \frac{-\sum_{l \in im} h_{f_l}}{\sum_{l \in im} n.k_l.|Q_l|^{n-1}} = \frac{-\sum_{l \in im} h_{f_l}}{\sum_{l \in im} \left|\frac{n.h_{f_l}}{Q_l}\right|}$$

بر این اساس می توان تکرار های زیر را برای محاسبه تصحیحات حلقه ای 1و 2 تشکیل داد.

(اجرای برنامه فرترن)

مقدار دبی هـا پـس از 8 تکـرار برابـر $Q_1 = 1.6745^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.3255^{m^3/s}$ ، $Q_3 = -0.2216^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 0.6525^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.6471^{m^3/s}$ به دست می آید.

- روش هاردي کراس گرهي :

با فرض $n=1.85$ و هد های اولیه $H_1=100$ ، $H_2=98$ ، $H_3=97$ ، $H_4=96$ داریم:

$$\Delta H_k=\frac{-(\sum Q_l+q_k)}{\sum_{l\to k} n'.K_l^{-n'}.\left|H_i-H_k\right|^{n'-1}}$$

بر این اساس می توان تکرار های زیر را برای محاسبه تصحیحات هد های گرهی تشکیل داد.

(اجرای برنامه فرترن)

مقدار دبی ها پس از 65 تکـرار برابـر $H_1=100$ ، $H_2=86.52$ ، $H_3=87.02$ ، $H_4=84.29$ بـه دست می آید.

- روش نظریه خطي :

دستگاه معادلات نظریه خطی به صورت زیر نوشته می شود:

k : تعداد گره  m : تعداد حلقه

$$\sum_{l\to k} Q_l=-q_k \qquad k=1,2,....,4$$

$$\sum_{l\leftarrow m} k_l.\left|Q_l\right|^{n-1}.Q_l=0 \qquad m=1,2$$

$$k_l.\left|Q_l\right|^{n-1}=\bar{k_l}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \bar{k_1} & -\bar{k}_2 & -\bar{k}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{k_3} & \bar{k_4} & -\bar{k}_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.8 \\ 1.3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} k=2 \\ k=3 \\ k=4 \\ m=1 \\ m=2 \end{matrix}$$

با شروع از حدس اولیه $Q_i=1^{m^3/s}$ داریم :

(اجرای برنامه فرترن)

مقدار دبی هـا پـس از 5 تکـرار برابـر $Q_1 = 1.6745^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.3255^{m^3/s}$ ، $Q_3 = -0.2216^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 0.6525^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.6471^{m^3/s}$ به دست می آید.

- روش خطي براي معادلات H :

معادلات روش H خطی به صورت زیر بیان می شود :

$$\sum_{l \to k} K_l^{-\frac{1}{n}} . \left| H_i - H_k \right|^{\frac{1}{n}-1} . \left( H_i - H_k \right) = -q_k \qquad k = 1,2,....,K$$

$$R_l = K_l^{-\frac{1}{n}} . \left| H_i - H_k \right|^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\sum_{l \to k} R_l . \left( H_i - H_k \right) = -q_k$$

$$\sum_{l \to k} K_l^{-\frac{1}{n}} . \left| H_i - H_k \right|^{\frac{1}{n}-1} . \left( H_i - H_k \right) = -q_k$$

$$K.H = f$$

$$K_{ki} = 0 \qquad if \quad i \xrightarrow{/} K$$
$$K_{ki} = R_l \qquad if \quad i \longrightarrow K$$

$$K_{kk} = -\sum_{l \to k} R_l$$

دستگاه معادلات H در مورد مساله مورد نظر به صورت زیر نوشته می شود :

$$\begin{bmatrix} -(R_1+R_2) & R_2 & R_1 & 0 \\ R_2 & -(R_2+R_3+R_5) & R_3 & R_5 \\ R_1 & R_3 & -(R_1+R_3+R_4) & R_4 \\ 0 & R_5 & R_4 & -(R_4+R_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$

با شروع از حدس اولیه $H_1 = 100^m$ ، $H_2 = 98^m$ ، $H_3 = 97^m$ و $H_4 = 96^m$ و حل تکراری دسـتگاه معادلات داریم :

(اجرای برنامه فرترن)

مقدار هد گره ها پس از 8 تکرار برابر $H_1 = 100$ ، $H_2 = 86.52$ ، $H_3 = 87.02$ ، $H_4 = 84.29$ بـه دست آمـده و از رابطـه پیوسـتگی در گـره هـا مقـادیر دبـی برابـر $Q_1 = 1.6745^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.3255^{m^3/s}$ ، $Q_3 = -0.2216^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 0.6525^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.6471^{m^3/s}$ به دست می آید.

- روش نیوتون رافسون :

با منظور کردن در حلقه I و II فرمول بندی شبکه با استفاده از روش نیوتون رافـسون بـه صـورت زیـر نوشته می شود :

$$\sum_{l\in im} n.k_l.|Q_l|^{n-1}.\sum_{l\in jm}\Delta Q_{jm} = -\sum_{l\in im} h_{f_l} \qquad im = 1,2,....,M$$

$$\bar{k_l} = n.k_l.|Q_l|^{n-1}$$

$$\sum_{l\in im} \bar{k_l}.\sum_{l\in jm}\Delta Q_{jm} = -\sum_{l\in im} h_{f_l} \qquad im = 1,2,....,M$$

$$K.\Delta Q = f$$

$$K_{im,jm} = -\sum_{\substack{l\in im \\ l\in jm}} \bar{k_l}$$

$$K_{im,jm} = \sum_{l\in im} \bar{k_l}$$

دستگاه معادلات مورد نظر در مورد مساله به صورت زیر نوشته می شود :

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_1+\bar{k}_2+\bar{k}_3 & -\bar{k}_3 \\ -\bar{k}_3 & \bar{k}_3+\bar{k}_4+\bar{k}_5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta Q_I \\ \Delta Q_{II} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \sum_{l\in I} h_{f_l} \\ \sum_{l\in II} h_{f_l} \end{bmatrix}$$

با فرض $n = 1.85$ و دبی های اولیـه $Q_1 = 1.8^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.2^{m^3/s}$ ، $Q_3 = 0.1^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 1.1^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.2^{m^3/s}$ که رابطه پیوستگی را تامین می کند داریم:

(اجرای برنامه فرترن)

مقدار دبی هـا پـس از 6 تکـرار برابـر $Q_1 = 1.6745^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.3255^{m^3/s}$ ، $Q_3 = -0.2216^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 0.6525^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.6471^{m^3/s}$ به دست می آید.

- روش نیوتون رافسون براي حل معادلات H :

با استفاده از روش نیوتون رافسون برای حل معادلات H شبکه مورد نظر، معدلات حاکم به صـورت زیـر نوشته می شود :

$$\sum_{l\to k} n'.K_l^{-n'}.\left|H_i - H_k\right|^{n'-1}.\left(\Delta H_i - \Delta H_k\right) = -(\sum Q_l + q_k) \qquad k = 1,2,....,K$$

$$R_l' = n'.K_l^{-n'}.\left|H_i - H_k\right|^{n'-1}$$

$$\sum_{l\to k} R_l'.\left(\Delta H_i - \Delta H_k\right) = -(\sum Q_l + q_k) \qquad k = 1,2,....,K$$

$$K.\Delta H = f$$

$$K_{ki} = 0 \qquad if \quad i \xrightarrow{/} K$$
$$K_{ki} = R_l' \qquad if \quad i \longrightarrow K$$

$$K_{kk} = -\sum_{l\to k} R_l'$$

دستگاه معادلات مورد نظر در مورد مساله به صورت زیر نوشته می شود :

$$\begin{bmatrix} -(R_1'+R_2') & R_2' & R_1' & 0 \\ R_2' & -(R_2'+R_3'+R_5') & R_3' & R_5' \\ R_1' & R_3' & -(R_1'+R_3'+R_4') & R_4' \\ 0 & R_5' & R_4' & -(R_4'+R_5') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} In_1 \\ In_2 \\ In_3 \\ In_4 \end{bmatrix}$$

با شروع از حدس اولیه $H_1 = 100^m$ ، $H_2 = 98^m$ ، $H_3 = 97^m$ و $H_4 = 96^m$ و حل تکراری دسـتگاه معادلات داریم :

(اجرای برنامه فرترن)

مقدار هد گره ها پس از 5 تکرار برابر $H_1 = ?^m$ ، $H_2 = ?^m$ ، $H_3 = ?^m$ و $H_4 = ?^m$ به دست آمده و از رابطه پیوستگی در گره ها مقادیر دبی برابر $Q_1 = 1.6745^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.3255^{m^3/s}$ ، $Q_3 = -0.2216^{m^3/s}$، $Q_4 = 0.6525^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.6471^{m^3/s}$ به دست می آید.

- روش Q-H :

معادلات روش Q-H به صورت زیر نوشته می شوند :

$$\sum_{l \to k} \Delta Q_l = -(\sum Q_l + q_k)$$

$$n.k_l.|Q_l|^{n-1}.\Delta Q_l - \Delta H_i + \Delta H_j = (H_i - H_j) - h_f(Q_l)$$

دستگاه معادلات مورد نظر در مورد مساله به صورت زیر نوشته می شود :

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q \\ \Delta H \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} h_f(Q) - h_f(H) \\ IN \end{bmatrix}$$

$A$ ماتریس $L \times L$ ، $B$ ماتریس $L \times K$ ، $B^T$ ماتریس $K \times L$ و در نتیجه ماتریس $A$ یک ماتریس $(L+K) \times (L+K)$ است که در آن :

$$A_{lm} = 0 \qquad A_{ll} = n.k_l.|Q_l|^{n-1} = R_l$$

دستگاه معادلات روش Q-H در مورد مساله به صورت زیر نوشته می شود :

$$\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_4 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_5 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta Q_1 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ \Delta Q_4 \\ \Delta Q_5 \\ \Delta H_1 \\ \Delta H_2 \\ \Delta H_3 \\ \Delta H_4 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \left(h_f(Q) - h_f(H)\right)_1 \\ \left(h_f(Q) - h_f(H)\right)_2 \\ \left(h_f(Q) - h_f(H)\right)_3 \\ \left(h_f(Q) - h_f(H)\right)_4 \\ \left(h_f(Q) - h_f(H)\right)_5 \\ In_1 \\ In_2 \\ In_3 \\ In_4 \end{bmatrix}$$

با شروع از حدس اولیه $Q_i = 1^{m^3/s}$، $H_1 = 100^m$ ، $H_2 = 98^m$ ، $H_3 = 97^m$ و $H_4 = 96^m$ و حل تکراری دستگاه معادلات فوق داریم :

(اجرای برنامه فرترن)

مقـادیر دبـی پـس از 4 تکـرار برابـر $Q_1 = 1.6745^{m^3/s}$ ، $Q_2 = 1.3255^{m^3/s}$ ، $Q_3 = -0.2216^{m^3/s}$ ، $Q_4 = 0.6525^{m^3/s}$ و $Q_5 = 0.6471^{m^3/s}$ به دست می آید.